



# ISAV2024

چهاردهمین کنفرانس بین المللی آکوستیک و ارتعاشات  
۲۱ و ۲۲ آذر ماه ۱۴۰۳ کرج - ایران



## تحلیل ارتعاشی یک مکانیزم پایدارساز ارتعاشی با سختی شبه صفر و ارزیابی پارامترهای آن

محمد جواد رجائی زاده هرندی<sup>۱\*</sup>، محمد رضا الهامی<sup>۲</sup>، سید محمد علوی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> ایران، تهران، اتوبان شهید بابایی، بعد از پل لشگرک، روبروی حکیمیه، دانشگاه جامع امام حسین (ع)، دانشکده فنی و مهندسی، ۱۶۹۸۷۱۵۴۶۱، کارشناس ارشد مهندسی مکانیک.

<sup>۲</sup> دانشگاه جامع امام حسین (ع)، دانشیار گروه مهندسی مکانیک.

<sup>۳</sup> دانشگاه جامع امام حسین (ع)، دانشجوی دکتری مهندسی مکانیک.

\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: [mohamadjavadrajeezadeh@gmail.com](mailto:mohamadjavadrajeezadeh@gmail.com)

### چکیده

مسئله جداسازی ارتعاشات ناشی از تحریک پایه همواره یکی از چالش‌های پیش روی طراحان و سازندگان در صنعت بوده است. روش‌های مختلفی برای جداسازی سیستم و تجهیزات حساس از ارتعاشات پایه به کار گرفته شده است. استفاده از روش‌های فعال با اینکه با دقت بالایی همراه است؛ اما به علت نیاز به استفاده از تجهیزات پیچیده الکترونیکی، سنسورها، عملگرها و هزینه‌های بالای نگهداری و تعمیرات از نظر اقتصادی مقرون به صرفه نیست. در مقابل، استفاده از روش‌های غیرفعال مثل جداسازهای خطی که نیاز به تجهیزات الکترونیکی ندارند به علت محدودیت کارکرد در یک بازه فرکانسی خاص و عدم جداسازی مؤثر در فرکانس‌های دور از فرکانس طراحی، کارکرد مطلوب را ندارند. در این مقاله یک سامانه جداساز ارتعاشات غیرفعال از نوع سختی شبه صفر معرفی شده است. تحلیل نیروهای وارد بر اعضای این سامانه بررسی شده، روابط این نیروها استخراج شده و رابطه سختی شبه صفر در دامنه حرکت سامانه به دست آمده است.

**کلمات کلیدی:** سختی شبه صفر؛ سختی منفی؛ سختی استاتیکی بالا-دینامیکی پایین؛ انتقال ارتعاش.

## ۱- مقدمه

سامانه‌های جداساز ارتعاشات، غالباً به دودسته غیرفعال<sup>۱</sup> و نیمه‌فعال<sup>۲</sup> فعال<sup>۳</sup> تقسیم می‌شوند. سیستم‌های تعلیق غیرفعال معمولاً بسیار ساده و ارزان هستند و عمدتاً از فنر و دمپر معمولی تشکیل شده‌اند [۱]. سیستم‌های تعلیق فعال، به لطف دقت بالای خود، تغییرات و بهبودهای قابل توجهی را در عملکرد جداسازی امکان‌پذیر می‌کنند. اما اغلب به دلیل هزینه سنسورها، عملگرها و پیچیدگی سیستم، موفقیت و کاربردهای تجاری گسترده پیدا نمی‌کنند. براین اساس، تحقیق حاضر به منظور توسعه یک سامانه پایدارساز غیرفعال با به‌کارگیری مکانیزم خاص سختی شبه صفر<sup>۴</sup> انجام شده است.

در سال‌های اخیر، از آنجایی که تکامل بخش‌های صنعتی، نظامی و فضایی به سمت توانایی کار در شرایط کاری شدید یا دستیابی به محدودیت‌های عملکردی هستند؛ به جداسازی ارتعاشات با فرکانس پایین و فرکانس فوق‌العاده پایین نیاز فوری است. در این میان، ساختار و عملکرد جداسازهای ارتعاشی<sup>۵</sup> نیز با چالش‌های جدیدی مواجه است. بر اساس تئوری ارتعاش خطی، یک سیستم جداساز ارتعاش خطی تنها زمانی می‌تواند ارتعاش را به طور مؤثر جداسازی کند که فرکانس تحریک<sup>۶</sup> بیش از  $\sqrt{2}$  برابر فرکانس طبیعی<sup>۷</sup> سیستم باشد [۲]. عملکرد جداسازی ارتعاش را می‌توان با کاهش فرکانس طبیعی سیستم بهبود بخشید و این را می‌توان با کاهش سختی سیستم یا افزایش جرم بار سیستم محقق کرد؛ اما پایداری سیستم جداساز ارتعاش تضعیف می‌شود [۳]، [۲]. برای غلبه بر تناقض بین سختی و جابجایی استاتیکی جداسازهای ارتعاشی خطی، یک جداساز ارتعاشی غیرخطی با سختی شبه صفر پیشنهاد شده است [۴]، [۵]. چنین جداسازهای ارتعاشی، ویژگی سختی شبه صفر را با ترکیب مکانیسم سختی مثبت<sup>۸</sup> و مکانیسم سختی منفی<sup>۹</sup> درک می‌کنند. ویژگی‌های غیرخطی منحصر به فرد، آن‌ها را قادر می‌سازد تا به طور مؤثر ارتعاشات با فرکانس پایین را ایزوله کنند و در عین حال ظرفیت حمل بار کافی را فراهم کرده و پایداری سیستم را حفظ کنند.

سختی منفی، کلید جداسازهای ارتعاشی سختی شبه صفر است که برای اولین بار توسط مولینوکس<sup>۱۰</sup> در سال ۱۹۵۷ پیشنهاد شد [۶]. از آنجایی که مکانیسم سختی منفی، خود ظرفیت حمل بار ندارد، تحت هر بار، تغییر شکل قابل توجهی خواهد داشت [۸]، [۷]. به همین دلیل است که مکانیسم سختی منفی با مکانیسم سختی مثبت ترکیب می‌شود تا ناپایداری ناشی از سختی منفی در طراحی را جبران کند. این ساختار ترکیبی، برای تشکیل یک رابطه نیرو-جابجایی غیرخطی مساعد است؛ بنابراین تعادلی بین جداسازی ارتعاش مؤثر و انحراف استاتیکی کوچک در سیستم خطی ایجاد می‌کند. با پارامترهای ساختاری خاص، ویژگی‌های غیرخطی به ساختار ترکیبی اجازه می‌دهد تا ویژگی‌های سختی استاتیکی بالا-دینامیکی پایین را داشته باشد.

هنگام طراحی یک جداساز ارتعاشی سختی شبه صفر، ایده اصلی این است که یک مکانیسم سختی منفی برای جبران سختی مثبت عناصر الاستیک معرفی شود. این امر با استفاده از مکانیسم‌های سختی منفی غیرفعال و نیمه‌فعال/فعال محقق می‌شود. مکانیسم

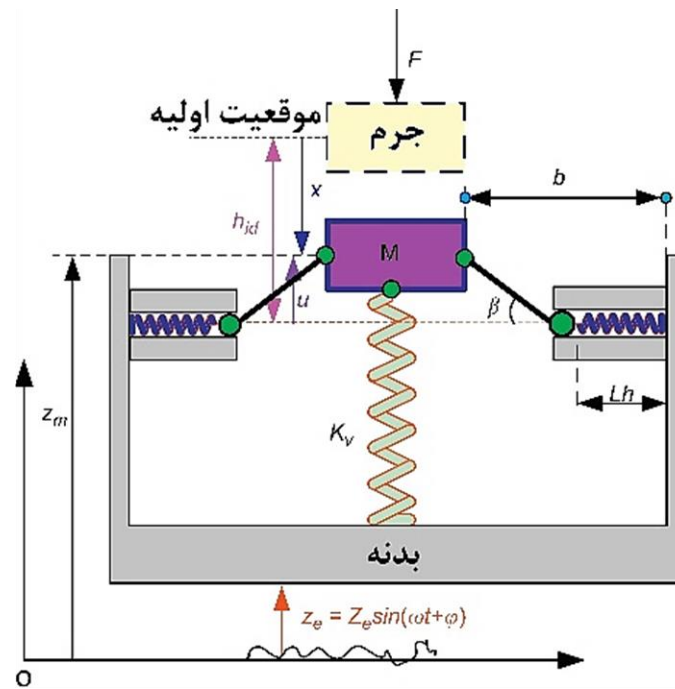
<sup>۱</sup> Passive<sup>۲</sup> Semi-active<sup>۳</sup> Active<sup>۴</sup> Quasi-zero stiffness (QZS)<sup>۵</sup> Vibration isolators<sup>۶</sup> Excitation frequency<sup>۷</sup> Natural frequency<sup>۸</sup> Positive-stiffness<sup>۹</sup> Negative-stiffness<sup>۱۰</sup> Molyneux<sup>۱</sup> High-static-low-dynamic-stiffness (HSLDS)

غیرفعال عمدتاً شامل فنرهای مکانیکی<sup>۱۲</sup>، تیرهای پیش‌کمانش<sup>۱۳</sup>، ساختارهای غیرخطی هندسی<sup>۱۴</sup>، ساختارهای مغناطیسی<sup>۱۵</sup>، ساختارهای الهام گرفته از طبیعت<sup>۱۶</sup> و ساختارهای کامپوزیتی<sup>۱۷</sup> است. مکانیسم‌های مکانیکی سختی منفی، دارای ساختار ساده غیرخطی، اصطکاک تماسی برجسته، محدوده کاری کوچک و عملکرد محدود هستند. در مکانیسم‌های سختی منفی مغناطیسی، آهنرباهای مرتب شده خاصی استفاده می‌شود تا نیروی غیرتماسی<sup>۱۸</sup> مشخصه سختی منفی را نشان دهد که به راحتی قابل کنترل است. مشخصه سختی منفی سازه‌های بیونیک<sup>۱۹</sup> و کامپوزیتی با طراحی مواد و سازه‌های کامپوزیتی خاص به دست می‌آید. ساختارهای سختی منفی نیمه‌فعال/فعال می‌توانند بهتر با شرایط محیطی مختلف سازگار شوند و مشخصه سختی منفی نیروی کنترل ارتعاش بر اساس بازخورد جابه‌جایی نشان داده می‌شود. بادقت بالای سنسورها و محرک‌ها، مشخصه سختی منفی به طور دقیق قابل کنترل خواهد بود؛ بنابراین اثر سختی شبه صفر بهینه را می‌توان از نظر تئوری به دست آورد.

## ۲- شرح مدل پیشنهادی

مدل پیشنهادی سیستم جداسازی شامل دو سازه متقارن سختی منفی و یک فنر نگهدارنده بار (فنر عمودی)، در شکل (۱) نشان داده شده است. هر سازه سختی منفی (یک فنر افقی دارای سختی  $K_H$  به صورت سری با میله‌ای به طول  $a$ ) به صورت موازی به فنر عمودی متصل می‌شود. یک سر فنر افقی به دیوار ثابت می‌شود در حالی که سر دیگر آن به پین راهنمای لغزنده متصل است که در صفحه افقی روی دو ریل موازی آزاد حرکت می‌کند. پین راهنمای لغزنده به یک انتهای میله متصل می‌شود. انتهای دیگر میله به وسیله مفصل لولا به تجهیزات جداسازی (جرم) با وزن  $M$  متصل می‌شود. میله می‌تواند در اطراف مفصل لولا بچرخد. بر اساس پیکربندی ساده، تجهیزات جداسازی اجازه دارند در امتداد مسیر کشویی در صفحه عمودی حرکت کنند. سختی دینامیکی را می‌توان با تنظیم فاصله  $b$  و طول میله  $a$ ) یا تغییر نسبت  $\alpha$  که به عنوان نسبت بین سختی فنر افقی و فنر عمودی تعریف می‌شود، تنظیم کرد. در ابتدا، در موقعیت تعادل استاتیک ارائه شده توسط خط‌چین، جرم توسط نیروی فشاری فنر عمودی ( $F_v$ ) و نیروی گرانش ( $Mg$ ) که مخالف نیروی  $F_v$  است، در حالت تعادل قرار می‌گیرد. بنابراین، ظرفیت حمل بار در این سیستم، تنها به سختی فنر عمودی و تغییر شکل اولیه آن بستگی دارد.

<sup>1</sup> Mechanical springs	2
<sup>1</sup> Prebuckled beams	3
<sup>1</sup> Geometrically nonlinear structures	
<sup>1</sup> Magnetic structures	5
<sup>1</sup> Bionic structures	6
<sup>1</sup> Composite structure	7
<sup>1</sup> Non-contact force	8
<sup>1</sup> Bionic structures	9



شکل ۱. سیستم جداساز پیشنهادی.

### ۳- مشخصه مکانیکی مدل پیشنهادی

#### ۱-۳ ساختار سختی منفی

ساختار سختی منفی مانند شکل (۱) در نظر گرفته شده است. در اینجا، وزن تجهیزات جداسازی نادیده گرفته می‌شود. مطابق شکل (۱)، جرم به مقدار  $x$  از موقعیت اولیه به وسیله نیروی  $F$  که با جابجایی مخالف است به سمت پایین جابجا می‌شود. نتیجه این است که دو فنر افقی، فشرده شده و دو نیروی بازگرداننده عمودی ایجاد می‌کنند که بر روی جرم اثر می‌گذارند.

کل کار مجازی انجام شده بر روی تجهیزات جداسازی در جهت عمودی به شرح زیر است:

$$\delta U = F\delta x - 2F_h \tan(\beta) \delta x \quad (1)$$

با استفاده از اصل کار مجازی می‌توان معادله زیر را به دست آورد:

$$F\delta x - 2F_h \tan(\beta) \delta x = 0 \quad (2)$$

که در آن نیروی فنر افقی  $F_h = K_h(L_o - L_h)$  است،  $\beta$  زاویه میله نسبت به افق بر حسب درجه است،  $L_o$  و  $L_h$  به ترتیب طول اولیه و طول ثانویه در موقعیت دلخواه فنرهای افقی هستند.

در یک موقعیت دلخواه، زاویه  $\beta$  را می‌توان به صورت زیر تعیین کرد:

$$\tan(\beta) = \frac{h_{id} - x}{b - L_h} \quad (3)$$

که در آن

$$L_h = b - \sqrt{a^2 - (h_{id} - x)^2} \quad (4)$$

$$h_{id} = \sqrt{a^2 - (b - L_o)^2} \quad (5)$$

با جایگذاری روابط (۳)، (۴) و (۵) و نیروی افقی فنر ( $F_h$ ) در رابطه (۲) نیروی بازگرداننده سیستم به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$F = 2K_h \left( \frac{L_o}{\sqrt{a^2 - (\sqrt{a^2 - (b - L_o)^2} - x)^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2 - (\sqrt{a^2 - (b - L_o)^2} - x)^2}} + 1 \right) (\sqrt{a^2 - (b - L_o)^2} - x) \quad (6)$$

پارامترهای بدون بعد زیر به منظور بدون بعد کردن نیروی بازگرداننده سیستم تعریف می‌شود:

$$\hat{F} = \frac{F}{K_h L_o} \quad (7)$$

$$\hat{x} = \frac{x}{L_o} \quad (8)$$

$$\gamma_1 = \frac{a}{L_o} \quad (9)$$

$$\gamma_2 = \frac{b}{L_o} \quad (10)$$

$$\hat{h}_{id} = \sqrt{\left(\frac{a}{L_o}\right)^2 - \left(\frac{b}{L_o} - 1\right)^2} = \sqrt{\gamma_1^2 - (\gamma_2 - 1)^2} \quad (11)$$

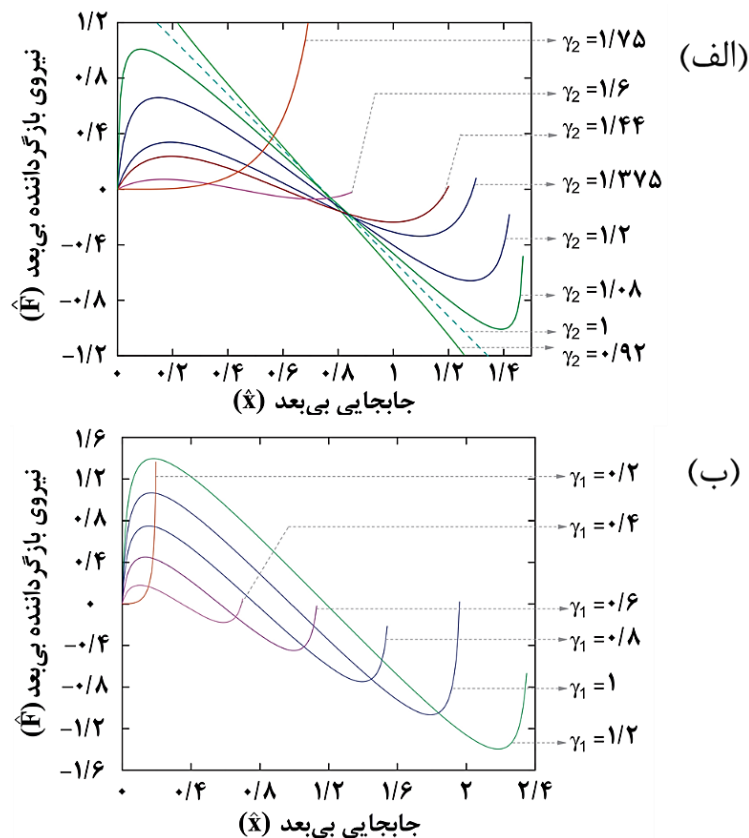
که  $\hat{F}$  نیروی بازگرداننده بدون بعد،  $\hat{x}$  جابه‌جایی بدون بعد،  $\gamma_1$  و  $\gamma_2$  پارامترهای پیکربندی،  $\hat{h}_{id}$  تغییر شکل اولیه بدون بعد فنر عمودی،  $a$  طول میله و  $b$  فاصله دیوار تا جرم است.

با جایگذاری پارامترهای بدون بعد تعریف شده در رابطه (۶)، نیروی بازگرداننده بدون بعد سیستم به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\hat{F} = 2 \left( \frac{1}{\sqrt{\gamma_1^2 - (\hat{h}_{id} - \hat{x})^2}} - \frac{\gamma_2}{\sqrt{\gamma_1^2 - (\hat{h}_{id} - \hat{x})^2}} + 1 \right) (\hat{h}_{id} - \hat{x}) \quad (12)$$

رابطه (۱۹)، وابستگی پارامتریک بین نیروی بازگرداننده بدون بعد ( $\hat{F}$ ) و جابه‌جایی بدون بعد ( $\hat{x}$ ) را نشان می‌دهد. شکل (۲)، مشخصه نیرو-جابه‌جایی بدون بعد را برای پارامترهای پیکربندی مختلف ارائه شده در جدول (۱) نشان می‌دهد. در اینجا محدوده  $\gamma_1$  و  $\gamma_2$  شامل  $1 < \gamma_2 < 1 + \gamma_1$  و  $1 \leq \gamma_1 < 1 + \gamma_2$  است. این شکل می‌تواند منجر به برخی پیش‌بینی‌ها در طراحی ساختار سختی منفی شود. حالت اول در شکل (۲) (الف) نشان داده شده است؛ اگر مقدار  $\gamma_2 < 1$  منحنی‌های نیروی بازگرداننده با افزایش جابه‌جایی، مطلقاً کاهش می‌یابند. در این حالت، سازه، سختی منفی را به دست می‌آورد اما این شرط با توجه به طراحی ساختار سختی منفی مدل پیشنهادی غیرممکن است. اگر مقادیر  $1/75 < \gamma_2 < 1$  باشد، نیروی بازگرداننده به ترتیب در محل جرم  $\hat{x}_1$  و  $\hat{x}_2$  مقدار حداکثر و حداقل را دارد. اگر جابه‌جایی جرم بین  $\hat{x}_1$  و  $\hat{x}_2$  باشد، نیروی بازگرداننده بدون بعد با توجه به افزایش جابه‌جایی بدون بعد جرم کاهش می‌یابد، در حالی که اگر موقعیت جرم خارج از این محدوده باشد، نیروی بازگرداننده با افزایش جابه‌جایی بدون بعد جرم، افزایش می‌یابد. در واقع در این حالت، سازه با توجه به جابه‌جایی جرم دارای دو مقدار سختی متفاوت است. برای مقادیر  $1/75 \leq \gamma_2$ ، نیروی بازگرداننده بدون بعد همیشه افزایش می‌یابد به این معنی که سختی همیشه مثبت است. از این رو، در این حالت نمی‌تواند به عنوان یک ساختار سختی منفی رفتار کند.

حالت دوم در شکل (۲) (ب) نشان داده شده است، برای مقادیر  $\gamma_1 \geq 0.2$ ، مشابه حالت اول به ازای مقادیر  $1/75 < \gamma_2 < 1$ ، سیستم دارای فواصل جابه‌جایی با سختی منفی است. به ازای مقادیر  $\gamma_1 < 0.2$ ، سختی سازه همواره مثبت است.



شکل ۲. مشخصه نیرو-جاب‌جایی بدون بعد: (الف) برای مقادیر مختلف  $\gamma_2$ ; (ب) برای مقادیر مختلف  $\gamma_1$ .

جدول ۱. پارامترهای پیکربندی ساختار سختی منفی.

حالت اول: تغییرات مقدار $\gamma_2$ به‌ازای $\gamma_1 = 1.75$	حالت دوم: تغییرات مقدار $\gamma_1$ به‌ازای $\gamma_2 = 1.2$
۰/۹۲, ۱, ۱/۰۸, ۱/۲, ۱/۳۷, ۱/۴۴, ۱/۶, ۱/۷۵	۰/۲, ۰/۴, ۰/۶, ۰/۸, ۱, ۱/۲

براین اساس، باید مقدار  $\gamma_1 \geq 0.2$  و  $1/75 < \gamma_2 < 1$  اتخاذ شود. با توجه به طراحی ساختار پیشنهادی، مقدار  $\gamma_1$  بر دامنه جابه‌جایی تاثیرگذار است. برای داشتن بیشترین دامنه جابه‌جایی، مطلوب است که مقدار  $\gamma_1$  را بیشترین مقدار ممکن (۰/۷۵) در نظر بگیریم. در ادامه نیز مقدار بهینه  $\gamma_2$  نیز مشخص خواهد شد.

موقعیت تعادل استاتیکی به‌ازای برابر صفر قراردادن رابطه (۱۹)، به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\hat{x}_e = \hat{h}_{id} \quad (13)$$

برای ایجاد یک سیستم با سختی صفر، لازم است مقدار سختی را در موقعیت تعادل استاتیکی دانست که سختی فنر عمودی با آن تنظیم شود. به این منظور، ابتدا مشتق رابطه (۱۲) به دست می‌آید:

$$\bar{K} = \frac{K}{k_h} = 2 \left( \frac{(\hat{h}_{id} - \hat{x})^2 (\gamma_2 - 1)}{(\gamma_1^2 - (\hat{h}_{id} - \hat{x})^2)^{3/2}} - \frac{(1 - \gamma_2) + \sqrt{\gamma_1^2 - (\hat{h}_{id} - \hat{x})^2}}{\sqrt{\gamma_1^2 - (\hat{h}_{id} - \hat{x})^2}} \right) \quad (14)$$

با جایگذاری  $\hat{x}_e = \hat{h}_{id}$  در رابطه (۱۴)، سختی معادل بدون بعد در موقعیت تعادل استاتیکی ( $\bar{K}_{SEP}$ ) به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\bar{K}_{SEP} = \frac{K}{k_h} = 2 \left( \frac{\gamma_2 - \gamma_1 - 1}{\gamma_1} \right) \quad (15)$$

### ۲-۳ خواص استاتیکی و تنظیمات

مطابق شکل (۱) هنگامی که عنصر سختی منفی با یک فنر سختی مثبت ترکیب شود، می‌توان سختی صفر را در نقطه تعادل به دست آورد. نیروی بازگرداننده سیستم در رابطه (۶) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$F = K_v x + 2K_h \left( \frac{L_o}{\sqrt{a^2 - (\sqrt{a^2 - (b - L_o)^2} - x)^2}} - \frac{b}{\sqrt{a^2 - (\sqrt{a^2 - (b - L_o)^2} - x)^2}} + 1 \right) (\sqrt{a^2 - (b - L_o)^2} - x) \quad (16)$$

با جایگذاری پارامترهای بدون بعد تعریف شده، در رابطه فوق، نیروی بازگرداننده بدون بعد سیستم به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\hat{F} = \hat{x} + 2\alpha \left( \frac{1}{\sqrt{\gamma_1^2 - (\hat{h}_{id} - \hat{x})^2}} - \frac{\gamma_2}{\sqrt{\gamma_1^2 - (\hat{h}_{id} - \hat{x})^2}} + 1 \right) (\hat{h}_{id} - \hat{x}) \quad (17)$$

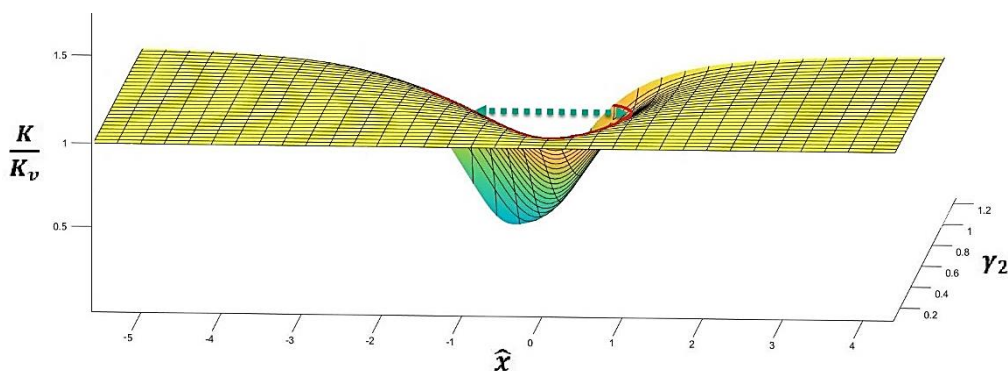
که در آن  $\alpha$  نسبت فنر و پارامتری بدون بعد است که به صورت  $\alpha = \frac{k_h}{k_v}$  تعریف می‌شود. با مشتق‌گیری از رابطه فوق، سختی بدون بعد به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{K}{K_v} = 1 + 2\alpha \left( \frac{(\hat{h}_{id} - \hat{x})^2 (\gamma_2 - 1)}{(\gamma_1^2 - (\hat{h}_{id} - \hat{x})^2)^{3/2}} - \frac{(1 - \gamma_2) + \sqrt{\gamma_1^2 - (\hat{h}_{id} - \hat{x})^2}}{\sqrt{\gamma_1^2 - (\hat{h}_{id} - \hat{x})^2}} \right) \quad (18)$$

در سیستم مطلوب که در آن سختی در موقعیت تعادل استاتیکی، برابر با صفر است، برای به دست آوردن نسبت فنرها ( $\alpha_{QZS}$ ) می‌توان رابطه (۱۹) را برابر با صفر قرار داد در حالی که  $\hat{x}_e = \hat{h}_{id}$

$$\alpha_{QZS} = \frac{\gamma_1}{2(\gamma_1 - \gamma_2 + 1)} \quad (19)$$

اثرات  $\gamma_2$  بر سختی سیستم را می‌توان در شکل (۳) مشاهده کرد. خط قرمز در رویه، جایی است که سختی بدون بعد برابر با ۱ است. مطلوب است که فاصله یک خط قرمز تا خط دیگر در امتداد محور  $\hat{x}$  تا حد امکان بزرگ باشد. در این محدوده، انتظار می‌رود که خواص دینامیکی سیستم، بهتر از سیستم خطی باشد. از رویه می‌توان دریافت که این فاصله تقریباً به ازای  $\gamma_2 = 1$  حداکثر شده است. اگر  $\gamma_2$  نزدیک به صفر باشد، محدوده سختی کاهش یافته بسیار کوچک است و در مورد مقادیر  $\gamma_2$  بیشتر از ۱، سختی بیشتر از ۱ می‌شود که مطلوب نیست.



شکل ۳. تأثیر پارامترهای بدون بعد  $\gamma_2$  و  $\hat{x}$  بر رفتار سختی بدون بعد  $\frac{K}{K_v}$ .

با جایگذاری مقادیر  $\gamma_1$  و  $\gamma_2$ ، در رابطه (۱)، نسبت سختی فنر افقی به فنر عمودی برابر  $0/5$  به دست می‌آید. همچنین با جایگذاری مقدار  $\gamma_1$  در رابطه (۲)، طول فنر افقی ( $\frac{4}{3}$  طول میله) حاصل می‌شود. طول میله به دلخواه برابر ۹ سانتی‌متر در نظر گرفته شده است.

#### ۴ - نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی مسئله پایداری ارتعاشات ناشی از تحریک پایه پرداخته شد و یک سامانه پایداری ارتعاشی از نوع شبه صفر برای این منظور ارائه گردید. روابط مربوط به نیروها در سامانه بررسی و روابط سختی بر اساس دامنه جابه‌جایی استخراج شد. پس از بی‌بعد سازی روابط، تأثیر پارامترهای بدون بعد بر سختی شبه صفر بررسی و محدوده پارامتر جابه‌جایی بدون بعد برای تعیین دامنه و پارامتر پیکربندی به طوری که در آن سختی شبه صفر به دست آید محاسبه شد.

#### مراجع

1. I. T. Jiregna and G. Sirata, "A review of the vehicle suspension system," *J. Mech. Energy Eng.*, vol. 4, no. 2, pp. 109–114, Nov. 2020, doi: 10.30464/jmee.2020.4.2.109.
2. S. M. Kim, J. R. Hong, and H. H. Yoo, "Analysis and design of a torsional vibration isolator for rotating shafts," *J. Mech. Sci. Technol.*, vol. 33, no. 10, pp. 4627–4634, Oct. 2019, doi: 10.1007/s12206-019-0905-x.
3. M. Wiercigroch, "Mechanical Vibrations: Theory and Application to Structural Dynamics – 3rd Edition M. Geradin and D. J. Rixen John Wiley and Sons, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex, PO19 8SQ, UK. 2015. 598pp. Illustrated. £83.95. ISBN 978-1-118-90020 8.," *Aeronaut. J.*, vol. 122, no. 1251, pp. 857–857, May 2018, doi: 10.1017/aer.2018.27.
4. R. A. Ibrahim, "Recent advances in nonlinear passive vibration isolators," *J. Sound Vib.*, vol. 314, no. 3–5, pp. 371–452, Jul. 2008, doi: 10.1016/j.jsv.2008.01.014.
5. H. Li, Y. Li, and J. Li, "Negative stiffness devices for vibration isolation applications: A review," *Adv. Struct. Eng.*, vol. 23, no. 8, pp. 1739–1755, Jun. 2020, doi: 10.1177/1369433219900311.
6. W. G. Molyneux, "Supports for Vibration Isolation," *Her Majesty's Station. Off.*, no. 322, 1957.
7. Y. C. Wang and R. S. Lakes, "Extreme stiffness systems due to negative stiffness elements," *Am. J. Phys.*, vol. 72, no. 1, pp. 40–50, Jan. 2004, doi: 10.1119/1.1619140.
8. "New Method of Analysis for Slender Columns," *ACI Struct. J.*, vol. 88, no. 4, 1991, doi: 10.14359/2679.