



## بررسی عددی بارگذاری کمانشی و شکل مود های کمانشی یک ایرفویل مقارن از جنس پوسته کامپوزیتی

محمد خاکباز\* ، امین دارانی گلدره<sup>۱</sup>

ایران، تهران، دانشگاه علم و صنعت ایران، دانشکده مهندسی مکانیک

\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: [mohammadkhakbaz.eng@gmail.com](mailto:mohammadkhakbaz.eng@gmail.com)

### چکیده

در این مقاله به تحلیل و بررسی پایداری یک بال هواپیما با مقطع ایرفویل متقارن NACA0012 پرداخته می شود به طوری که پوسته ی بال از نوع کامپوزیتی با لایه چینی (0/90/45/-45) و جنس AS4/3501-6 در نظر گرفته شده است در ابتدا تئوری کمانش پوسته و صفحات نازک به روش تحلیلی برای مقاطع مشابه بررسی می گردد سپس بار کمانشی و شکل مود ها در نرم افزار المان محدود آباکوس برای مقطع نام برده تحلیل می شود و برای لایه چینی (08) و (90s) این مقادیر با یک دیگر مقایسه می گردد. در مرحله بعدی با افزایش ریب و استرینگر سعی در افزایش مقاومت سازه ای و بار کمانشی خواهیم داشت که با افزایش ۱۰ درصدی به وزن سازه اولیه همراه خواهد بود و در نهایت خروجی ها بر حسب بارگذاری های کمانشی وابسته به نوع و جنس مقطع مشخص خواهد شد. نتایج حاکی از آن است که با اضافه کردن ریب و استرینگر ها مقادیر buckling load به طرز چشمگیری افزایش خواهد داشت.

**کلمات کلیدی:** ایرفویل naca0012 ، پوسته کامپوزیتی ، مود های کمانشی ، تئوری کمانش پوسته

### ۱- مقدمه

کمانش یک ایرفویل (بال) معمولاً در دسته کمانش صفحات و پوسته ها قرار می گیرد. این به این دلیل است که ایرفویل ها به عنوان ساختارهای دو بعدی با ضخامت کم در نظر گرفته می شوند و رفتار آن ها بیشتر شبیه به صفحات و پوسته ها است تا تیرها. اگر ایرفویل را به عنوان یک صفحه نازک در نظر بگیریم، کمانش می تواند ناشی از بارهای فشاری باشد که در جهت عمود بر صفحه اعمال می شود.

اگر ایرفویل دارای انحنای مشخصی باشد، می‌توان آن را به عنوان یک پوسته در نظر گرفت. در این حالت، کمانش ممکن است تحت تأثیر انحنای ساختار و بارهای خارجی باشد. به طور تجربی رفتار کمانش در صفحات و پانل‌های منحنی تحت موارد بار پیچیده مانند ترکیب برش و خمش در صفحه بسیار در صنایعی مانند هوافضا، مکانیک و عمران قابل بحث می‌باشد روش‌هایی برای پیش‌بینی رفتار قبل و بعد از کمانش سازه جهت بالا بردن ضریب اطمینان سازه وجود دارد مانند روش تداخل سنجی که می‌تواند تغییرات داخل و خارج صفحه را با استفاده از کانتورهای جا بجایی مشخص کند [۱، ۲، ۳، ۴، ۵].

مشکل ناپایداری سازه یا کمانش یک مسئله طراحی رایج برای تقریباً همه انواع هندسه و شرایط بارگذاری است. در حالی که معمولاً برای مواردی که فشار وجود دارد در نظر گرفته می‌شود. پیچش، فشار و حتی کشش به طور بالقوه می‌تواند منجر به ساختاری ناپایدار شود. کمانش پدیده‌ای است که در درجه اول توسط سختی کنترل می‌شود و در نتیجه مدول و هندسه پارامترهای مهم طراحی هستند. مقادیر قدرت نیز ممکن است مشخص شوند، اما تنها در آن ناپایداری ممکن است به دنبال یک شکست اولیه باشد. به عنوان مثال، این می‌تواند در یک رویداد ضربه‌ای مهم باشد [۶]. زمانی که یک سازه به اندازه کافی ضعیف شود، امکان کمانش وجود خواهد داشت، مگر اینکه هندسه به اندازه کافی انعطاف پذیر باشد. اگر چیدمان می‌توانست با استحکام بیشتری ارائه شود، آسیب اولیه شاید بدون فروپاشی ادامه یابد. با توجه به تنوع حالت‌های شکست مقاومت مواد FRP، محققان روش‌های مختلف پیش‌بینی بار بحرانی را بر اساس حالت‌های مختلف شکست مقاومت پیشنهاد کرده‌اند و به نتایج پیش‌بینی ایده‌آلی دست یافته‌اند [۷، ۸]. یک صفحه نازک بسته به ابعاد آن ممکن است در حالت‌های مختلف کمانش کند. بارهای کمانشی نسبت به مواردی که ممکن است باعث شکست در مواد صفحه شوند بسیار کمتر است. بار بحرانی در صفحات از طریق نظریه اویلر تحلیل می‌شود که علاوه بر تیر و ستون‌ها برای صفحات ساده نیز قابل بیان است [۹].

## ۲- معادلات حاکم بر کمانش صفحات نازک

از آن جا که جا بجایی‌ها فقط مختص انحرافات خمشی است که در مقایسه با ضخامت صفحه کوچک هستند و به صورت کلی برای تحلیل این پیکربنده از روش انرژی پتانسیل استفاده می‌شود که به شرح عبارت (۱) است [۱۰]:

$$v = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (1)$$

و برای انرژی پتانسیل یک صفحه خواهیم داشت:

$$U + V = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left[ D \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} - N_x \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy \quad (2)$$

با ادغام معادلات ۱ و ۲ معادله به صورت معادله (۳) تغییر پیدا خواهد کرد:

:

$$U + V = \frac{\pi^4 ab D}{8} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}^2 \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) - \frac{\pi^2 b}{8a} N_x \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} m^2 A_{mn}^2 \quad (3)$$

انرژی پتانسیل کل صفحه دارای یک مقدار ثابت و در تعادل خنثی است و  $N_x$  بحرانی از رابطه (۵) بدست می آید:

$$\frac{\partial(U+V)}{\partial A_{mn}} = \frac{\pi^4 abD}{4} A_{mn} \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 - \frac{\pi^2 b}{4a} N_{x,CR} m^2 A_{mn} = 0 \quad (4)$$

$$N_{x,CR} = \pi^2 a^2 D \frac{1}{m^2} \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)^2 \quad (5)$$

ترکیب بحرانی اعداد صحیح  $m$  و  $n$  یعنی تعداد نیم موج ها در مختصات در  $X$  و  $Y$ . جهت ها و ابعاد صفحه به وضوح در  $n = 1$  مقدار مهم نیست که مقادیر  $m$ ،  $a$  و  $b$  چقدر باشد، صفحه به شکل یک موج نیم سینوسی در جهت  $Y$  کمانش می کند پس خواهیم داشت:

$$N_{x,CR} = \pi^2 a^2 D \frac{1}{m^2} \left( \frac{m^2}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 \quad (6)$$

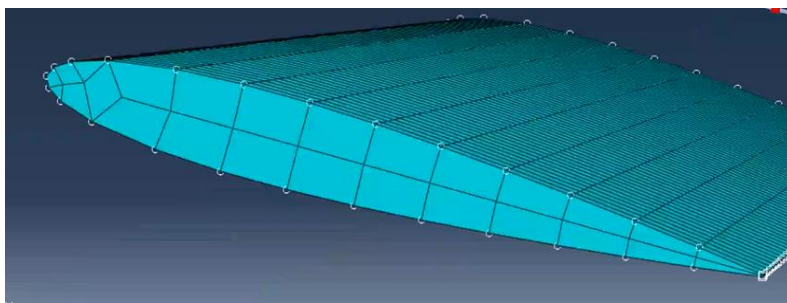
$$N_{x,CR} = \frac{k\pi^2 D}{b^2}$$

که در آن حداقل ضریب کمانش صفحه به صورت عبارت (۷) است:

$$k = \left( \frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2 \quad (7)$$

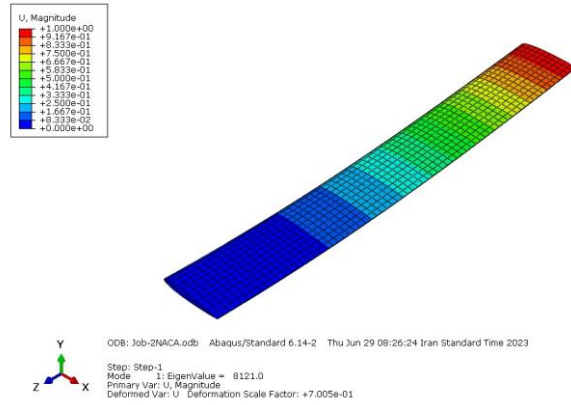
### ۳- شبیه سازی در نرم افزار

برای شبیه سازی در نرم افزار مشخصه ها و مختصات ایرفویل naca0012 که یک ایرفویل متقارن است (با صرف نظر از انحنای پوسته) در نرم افزار آباکوس import می شود سپس هندسه شکل و ابعاد آن مشخص می شود و چگالی و جنس پوسته نیز برای هر سکشن به صورت جداگانه تعریف می گردد. شبکه بندی انتخابی در تحلیل هندسه از نوع مربعی بوده و ماکزیمم بارگذاری بحرانی در سر و ته ایرفویل دیده می شود.

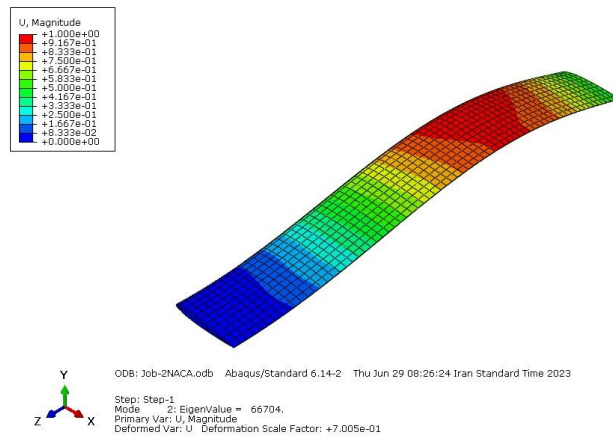


شکل ۱. مش بندی ایرفویل ناکا در نرم افزار

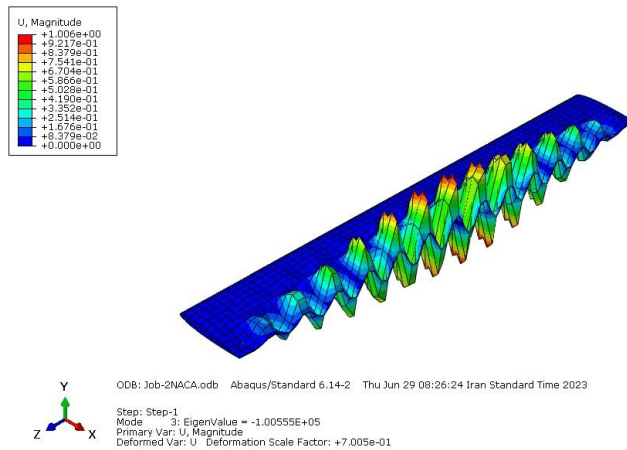
در بخش بعدی شکل مود های کمانشی بال هواپیما با مقطع ایرفویل انتخابی در حالات مختلف تحت تاثیر بارگذاری کمانشی دیده می شود.



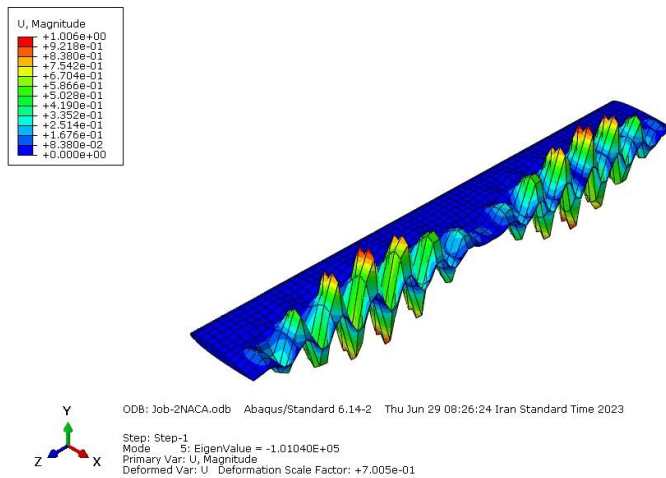
شکل ۲. مود اول کمانشی ایرفویل ناکا ۰۰۱۲



شکل ۳. مود دوم کمانشی ایرفویل ناکا ۰۰۱۲

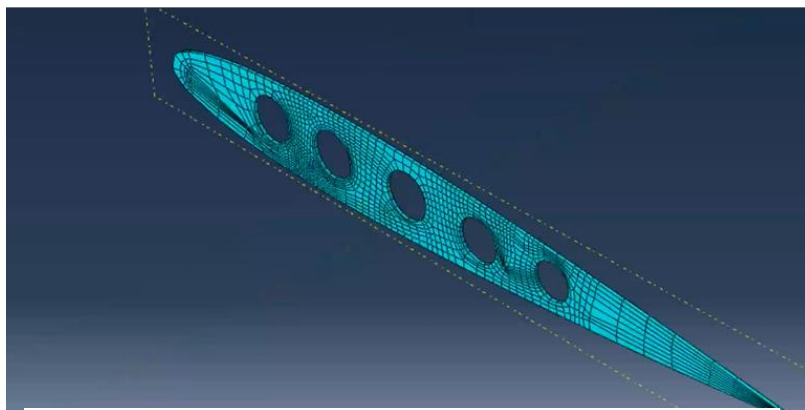


شکل ۴. مود سوم کمانشی ایرفویل ناکا ۰۰۱۲



شکل ۵. مود چهارم کمانشی ایرفویل ناکا ۰۰۱۲

پس از خروجی گرفتن از مودهای کمانشی ایرفویل تحت بارگذاری نوبت به تعریف مقاطع ریب و استرینگر می‌باشد که در سراسر بال دیده می‌شود. ریب‌ها و استرینگرها علاوه بر تقویت سازه‌ای بال می‌توانند در رفتار پس از کمانش سازه بسیار تاثیر گذار باشد. در شکل شماره ۶ به وضوح می‌توانیم مش بندی ریب‌ها را مشاهده کنیم.



شکل ۶. مش بندی ریب و استرینگر در سراسر بال

#### ۴- نتیجه گیری

در بخش آخر میزان بارگذاری کمانشی بال را با جنس و خواص مختلف از نرم افزار خروجی گرفته و با یکدیگر مقایسه میکنیم که در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱. نتایج نهایی میزان بارگذاری کمانشی در نقاط مختلف

نوع و جنس مقطع	بارگذاری کمانشی (نیوتون)
$[0.90/45/-45]_s$	۱۰۱۵۲۳
$[0.8]$	۸۱۲۱
$[90_s]$	۲۲۸۲۴۳
ریب و استرینگر	۲۲۸۲۴۴۰

با توجه به جدول ۱ در می یابیم که یک ایرفویل متقارن با لایه چینی  $[0.8]$  کمترین بارگذاری کمانشی و مقطع با وجود ریب و استرینگر دارای بیشترین بارگذاری کمانشی می باشد. وجود ریب و استرینگر در ایرفویل باعث افزایش بار کمانش به چند دلیل اصلی می شود:

- تقسیم بار: ریبها و استرینگرها به توزیع بار بر روی سطح ایرفویل کمک می کنند. این عناصر اضافی بار را به طور یکنواخت تر توزیع می کنند و از تمرکز بار در نواحی خاص جلوگیری می کنند.
- افزایش سختی: ریبها و استرینگرها سختی ساختار را افزایش می دهند. با افزودن این عناصر، مقاومت ایرفویل در برابر تغییر شکل های ناشی از بارهای فشاری افزایش می یابد. این افزایش سختی منجر به افزایش بار کمانش می شود.
- کاهش طول مؤثر: با اضافه کردن ریبها و استرینگرها، طول مؤثر (effective length) که در آن کمانش ممکن است اتفاق بیفتد، کاهش می یابد. این امر باعث می شود که ایرفویل بیشتر در برابر کمانش مقاوم باشد.
- ایجاد حالت های مودال مختلف ریبها و استرینگرها می توانند حالت های مودال مختلفی برای کمانش ایجاد کنند که ممکن است بار کمانش را افزایش دهند. این به معنای آن است که ساختار به حالت های مختلفی از تغییر شکل پاسخ می دهد که بار کمانش را بیشتر می کند.

به طور کلی، وجود ریب و استرینگر در ایرفویل باعث افزایش بار کمانش به دلیل افزایش سختی، تقسیم بار، کاهش طول مؤثر و ایجاد حالت های مودال مختلف می شود. این ویژگی ها باعث می شود که ایرفویل ها در برابر کمانش مقاوم تر شوند و عملکرد بهتری داشته باشند.

## مراجع

1. Batdorf, S. B. A simplified method of elastic stability analysis for thin cylindrical shells I—Donnell's equation. NACA TN 1341, 1947
2. Redshaw, S. C. The elastic instability of a thin curved panelsubject to axial thrust is axial and circumferential edgesbeing simply supported. Aeronautical R esearch CommitteeR eport and M emorandum 1565, 1933
3. Batdorf, S. B., Stein, M. and Schildcrout, M. Critical shearstresses of long plates with transverse curvature. N ACATN 1346, 1947
4. Batdorf, S. B., Stein, M. and Schildcrout, M. Critical shearstress of curved rectangular sections. N ACA TN 1348,1947
5. Featherston, C. A. Buckling of thin walled structures. D Philthesis, Appendix A, 1997
6. Hengming Zhang, Feng Li“ A review of prediction methods for global buckling critical loads of pultruded FRP struts” Composite Structures .Volume 329, 1 February 2024, 117752
7. Gerard, G., and H. Becker. Handbook of Structural Stability: Part I, Buckling of Flat Plates. Technical Report NACA-TN 3781. Washington, DC: Office of Scientific and Technical Information, U.S. Department of Energy, 1957.
8. F. Young, M. K. Cheng, S. M. Weng and K. L. Lee, “Nonlinear vibration analysis of a FGM plate with viscoelastic core”, *Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Conference on Vibration Problems*, Prague, Czech Republic, September 5-8 (2011).
9. Budiansky, B. “Dynamic Buckling of Elastic Structures: Criteria and Estimates.” In Proceedings of an International Conference at Northwestern University (Evanston IL). New York and Oxford: Pergamon Press, 1966.
10. T.H.G. megson “Aircraft structures for engineering student”forth edition