



# ISAV2024

چهاردهمین کنفرانس بین المللی آکوستیک و ارتعاشات  
۲۱ و ۲۲ آذر ماه ۱۴۰۳ کرج - ایران



## تحلیل ارتعاشات آزاد دو تیرخمیده متصل شده به یکدیگر با تیرهای میانی ساخته شده از مواد مدرج تابعی متخلخل

رضا فلاح دوست لاکتراشانی<sup>۱\*</sup>، رضانعلی جعفری تلوکلانی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> ایران، مازندران، بابل، خیابان شریعتی، دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل، دانشکده مهندسی مکانیک، ۴۷۱۴۸۷۳۱۱۳، دانشجو

<sup>۲</sup> ایران، مازندران، بابل، خیابان شریعتی، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، ۴۷۱۴۸۷۳۱۱۳، دانشیار

\*[Reza80fd@gmail.com](mailto:Reza80fd@gmail.com)

### چکیده

تحلیل سازه‌ها همواره مورد توجه محققین در حوزه‌های مختلف مهندسی از قبیل مهندسی عمران، مهندسی مکانیک و مهندسی هوافضا بوده است. در گذشته، تحلیل سازه‌های ساده مانند یک تیر مستقیم یا خمیده به تنهایی مورد توجه زیادی قرار می‌گرفت. اما در عمل، سازه‌های به کار رفته شامل چندین سازه ساده هستند و لذا تحلیل این نوع سازه‌های پیچیده از اهمیت بسیاری برخوردار است. در این مقاله، تحلیل ارتعاشات آزاد یک سازه ساخته شده از مواد مدرج تابعی متخلخل با استفاده از نرم افزار انسیس انجام شده است. سازه متشکل از دو تیر خمیده است که توسط تیرهای میانی به یکدیگر متصل شده اند و مدول یانگ، چگالی و مدول برشی به صورت غیرخطی در راستای ضخامت تیرها توزیع شده است. سه نوع توزیع متقارن، نامتقارن و پیوسته برای سازه بررسی شده است. حالات مختلفی با تغییر پارامترهایی مانند ضریب تخلخل، شرایط مرزی و ضخامت تیرها برای هر سه نوع توزیع بررسی شده است.

**کلمات کلیدی:** ارتعاشات آزاد؛ مواد مدرج تابعی متخلخل؛ نرم افزار انسیس؛ سازه مرکب.

### ۱- مقدمه

مواد با درجه‌بندی تابعی (FGM)<sup>۱</sup> دارای تغییرات پیوسته‌ای در خواص خود هستند که ناشی از ریزساختار ناهمگن آنها می‌باشد. به دلیل خواص منحصر به فرد این مواد درجه‌بندی شده، در دهه‌های گذشته توجه بسیاری از محققان در زمینه‌های مختلف از جمله هوافضا، بیومتریال‌ها و مهندسی را به خود جلب کرده‌اند. مواد با درجه‌بندی تابعی دارای ریزساختار، ترکیب شیمیایی یا نظم

<sup>۱</sup> Functionally Graded Materials

اتمی وابسته به موقعیت هستند که می‌تواند منجر به تغییرات پیوسته در خواص مواد با توجه به موقعیت، مانند خواص مکانیکی، الکتریکی و حرارتی شود [۱].

با داشتن قابلیت جذب انرژی فوق‌العاده، استحکام بالا و سبک بودن، فوم‌های فلزی نیز به عنوان یکی از امیدوارکننده‌ترین گزینه‌ها برای سازه‌هایی تحت بارگذاری دینامیکی در نظر گرفته می‌شوند و ترکیب مواد با درجه بندی تابعی با مواد متخلخل منجر به توسعه ساختارهای متخلخل (FGPM) جدیدی می‌شود که با توزیع درجه‌بندی شده حفرات داخلی در ریزساختار مشخص می‌شوند و به این ترتیب، چگالی محلی به عنوان یک متغیر طراحی برای بهبود عملکرد سازه‌ای استفاده می‌شود. سازه‌های ساخته شده از مواد FGPM در مهندسی مکانیک کاربردهای زیادی دارند و در سال‌های اخیر، مطالعات متعددی بر روی رفتار استاتیکی و دینامیکی این سازه‌ها انجام شده است [۲].

خصوصیات فیزیکی منحصر به فرد مواد متخلخل با درجه‌بندی تابعی از ترکیب یا شکل میکروساختار خاص آنها که برای عملیات مشخصی تنظیم شده است، ناشی می‌شود. از جنبه مهندسی، توسعه این مواد به‌طور خاص برای کاهش نوسانات تنش مشاهده شده در مواد کامپوزیت مورد نیاز بود. علاوه بر این، مواد FGPM دارای تنش‌های عرضی و درون‌صفحه‌ای کاهش یافته، تنش‌های باقی‌مانده به حداقل رسیده، مقاومت حرارتی بالا، هدایت حرارتی کم، و مقاومت به شکست و تنش‌های بین‌لایه‌ای بالا هستند [۳، ۴].

در سال‌های اخیر مطالعات زیادی راجع به مواد متخلخل با درجه بندی تابعی انجام شد. چن و همکاران [۲]، ارتعاشات آزاد و اجباری یک تیر صاف FGPM را بررسی کردند و با مطالعه عددی، تأثیر توزیع تخلخل، ضریب تخلخل، نسبت باریکی و شرایط مرزی را برای بهبود رفتار دینامیکی تیرهای متخلخل با درجه‌بندی تابعی بررسی کردند. جینگ ژائو و همکاران [۵]، ارتعاشات آزاد تیرهای خمیده و صاف FGPM را تحت شرایط مرزی مختلف بررسی کردند و با ارائه نتایج، نشان دادند مدل ارائه شده، عملکرد بهتری دارد. نگوین و همکاران [۶] تأثیر شرایط مرزی، نسبت دهانه به ارتفاع، الگوی توزیع تخلخل، پارامتر تخلخل و تغییر شکل برشی را بر بار کماتش بحرانی، فرکانس، انحراف و تنش تیرهای صاف FGPM بررسی کردند. در این مقالات اخیر، تأثیر انواع توزیع تخلخل، ضریب تخلخل، ضخامت تیرها و شرایط مرزی بر روی فرکانس و تغییر شکل این تیرها بررسی و مطالعه شد.

در مقاله حاضر تحلیل ارتعاشات آزاد یک سازه که ترکیبی از تیرهای صاف و خمیده ساخته شده از FGPM است، با نرم افزار انسیس انجام شده است. سه نوع توزیع تخلخل مختلف و شرایط متفاوت بررسی شده است و نتایج محاسبه شده با موارد ساده شده در مقالات دیگران مقایسه شده است.

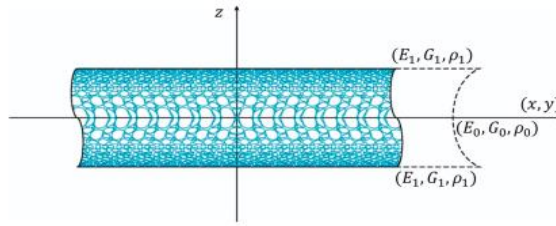
## ۲- تعریف مساله و کلیات

### ۱-۲ توابع درجه بندی مواد

همان‌طور که در شکل‌های (۱-۳) نشان داده شده است، سه نوع مختلف از توزیع تخلخل در این مطالعه مورد بررسی قرار گرفته‌اند. این توزیع‌ها به ترتیب به عنوان توزیع متقارن غیر یکنواخت (نوع ۱)، توزیع نامتقارن غیر یکنواخت (نوع ۲) و توزیع یکنواخت (نوع ۳) شناخته می‌شوند. انواع مختلف توزیع تخلخل که در زیر تعریف شده‌اند [۷] مربوط به تغییر چگالی جرمی  $\rho(z)$ ، مدول الاستیسیته  $E(z)$ ، و مدول برشی  $G(z)$  هستند. نوع ۱ (توزیع متقارن ناپیوسته):

$$\left\{ \begin{array}{l} E(z) = E_1(1 - e_0 \cos(\frac{\pi z}{h(x, y)})) \\ G(z) = G_1(1 - e_0 \cos(\frac{\pi z}{h(x, y)})) \\ \rho(z) = \rho_1(1 - e_m \cos(\frac{\pi z}{h(x, y)})) \end{array} \right. \quad (1)$$

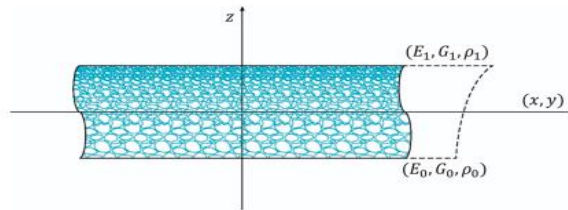
<sup>۲</sup> Functionally Graded Porous Materials



شکل ۱- توزیع متقارن غیریکنواخت

نوع ۲ (توزیع نامتقارن ناپیوسته):

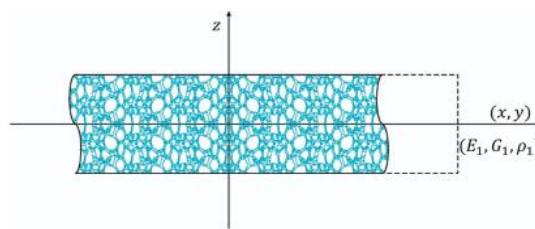
$$\begin{cases} E(z) = E_1(1 - e_0 \cos(\frac{\pi z}{2h(x, y)} + \frac{\pi}{4})) \\ G(z) = G_1(1 - e_0 \cos(\frac{\pi z}{2h(x, y)} + \frac{\pi}{4})) \\ \rho(z) = \rho_1(1 - e_m \cos(\frac{\pi z}{2h(x, y)} + \frac{\pi}{4})) \end{cases} \quad (2)$$



شکل ۲- توزیع نامتقارن غیریکنواخت

نوع ۳ (توزیع یکنواخت):

$$\begin{cases} E(z) = E_1(1 - e_0 \alpha) \\ G(z) = G_1(1 - e_0 \alpha) \\ \rho(z) = \rho_1 \sqrt{1 - e_0 \alpha} \end{cases} \quad (3)$$



شکل ۳- توزیع یکنواخت

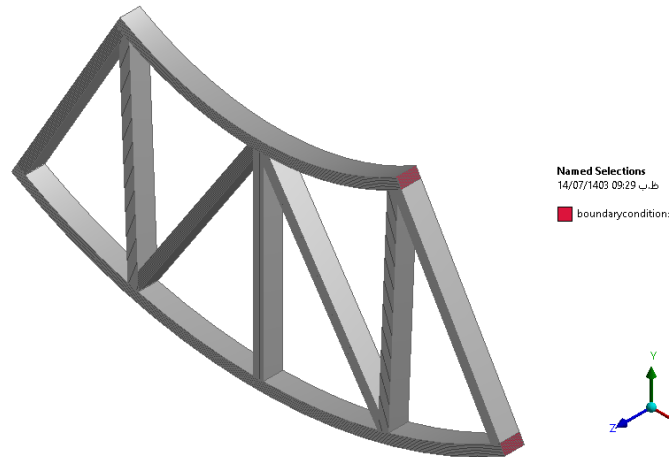
در روابط بالا  $E_1, G_1, \rho_1$  به ترتیب نشان دهنده‌ی حداکثر چگالی، مدول برشی و مدول یانگ هستند. ضریب  $e_0$  نشان دهنده‌ی ضریب تخلخل است. ضرایب  $e_m, \alpha$  نیز از روابط زیر به دست می‌آیند:

$$e_m = 1 - \sqrt{1 - e_0} \quad (4)$$

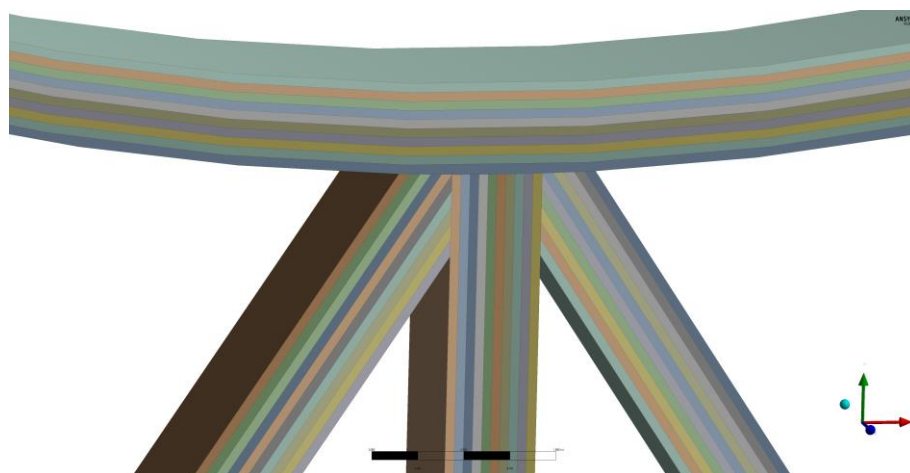
$$\alpha = \frac{1}{e_0} - \frac{1}{e_0} \left( \frac{2}{\pi} \sqrt{1 - e_0} - \frac{2}{\pi} + 1 \right)^2 \quad (5)$$

## ۲-۲ مدل‌سازی

سازه بررسی شده در این مقاله متشکل از دو تیر خمیده و هفت تیر صاف میانی است که هرکدام از تیرها به ده قسمت مساوی تقسیم شده‌اند و توزیع تخلخل در همه آن‌ها اعمال می‌شود. در مدل‌سازی با نرم‌افزار انسیس، تیرها به ده قسمت تقسیم شده و خواص آنها با توجه به توابع ذکر شده، اعمال شده است تا تخلخل در سازه اعمال شود. شکل (۴) یک نمای کلی و شکل (۵) یک نمای نزدیک از این تقسیم‌بندی را نشان می‌دهد.



شکل ۴-نمای کلی سازه



شکل ۵-نمای نزدیک سازه

سازه به صورت سه بعدی ترسیم شده است. زاویه تیرهای خمیده ۶۰ درجه، شعاع کمان بیرونی تیرخمیده‌ی پایین ۲۵ متر، فاصله‌ی تیرهای خمیده از یکدیگر ۱۰ متر و دو ضخامت نیم متر و یک متر برای تمام تیرها لحاظ شده است. از آنجایی که فاصله‌ی تیرهای خمیده از یکدیگر ۱۰ متر در نظر گرفته شده، طول تیرهای میانی تقریباً ۱۰ متر به دست می‌آید. جنس تیرها از آلایژ آلومینیوم با مشخصات  $E_1=70 \text{ Gpa}$ ،  $\rho_1=2702 \text{ Kg/m}^3$  و ضریب پواسون  $0/3$  هستند.

برای شرایط مرزی، دو طرف تیرهای خمیده در نظر گرفته شده و به صورت ABCD در نتایج ارائه شده که در آن A و B به ترتیب مربوط به انتهای چپ و راست تیر خمیده بالا و C و D مربوط به انتهای چپ و راست تیر خمیده پایین است. شرط مرزی مربوط به انتهای راست تیرهای خمیده در شکل (۴) با رنگ قرمز نمایش داده شده است.

با توجه به اینکه سازه به صورت سه بعدی رسم شده است، نوع المان 'Solid186' برای سازه انتخاب شده و برای همگرا شدن نتایج، حدود ۳۰۰۰۰ المان ایجاد شده است.

### ۳- نتایج

#### ۱-۳ صحت سنجی

از آنجایی که در ارتباط با سازه موردنظر تا به حال مطالعه‌ای انجام نشده است، برای اطمینان از صحت نتایج، تحلیل ارتعاشات آزاد یک تیر صاف یک سر گیردار-یک سر آزاد از نوع مواد متخلخل با درجه بندی تابعی انجام شده و نتایج آن در جدول (۱) ارائه شده و با یکی از مطالعات پیشین [۲] مقایسه شده است.

جدول ۱- فرکانس‌های بی بعد تیر صاف متخلخل با درجه بندی تابعی

$\omega_6$	$\omega_5$	$\omega_4$	$\omega_3$	$\omega_2$	$\omega_1$	مطالعه	L/h	نوع تخلخل	ضریب تخلخل
۴/۱۰۶۳	۲/۷۰۸۳	۱/۵	۱/۴۴۸۱	۰/۵۷۲۹	۰/۰۹۵۹	حاضر Chen et al. (2016) [۲]	۱۰	نوع ۱	۰/۲
۴/۲۲۱۷	۲/۷۹۳۶	۱/۵۵۴۹	۱/۵۱۹۳	۰/۵۹۶۶	۰/۱۰۰۳	حاضر Chen et al. (2016) [۲]	۲۰		
۴/۰۳۶۳	۲/۶۵۲۶	۱/۴۶۳۳	۱/۴۴۱۴	۰/۵۵۶۷	۰/۰۹۲۹	حاضر Chen et al. (2016) [۲]	۱۰	نوع ۲	
۴/۱۵۴۴	۲/۷۴۲۴	۱/۵۲۲۹	۱/۵۱۸۷	۰/۵۸۲۵	۰/۰۹۷۷	حاضر Chen et al. (2016) [۲]	۲۰		
۲/۴۳۱۹	۱/۵۱۶۹	۱/۴۳۹	۰/۷۹۳۹	۰/۲۸۸۸	۰/۰۴۶۶	حاضر Chen et al. (2016) [۲]	۲۰		
۲/۵۴۹۱	۱/۵۹۰۰	۱/۵۱۹۳	۰/۸۳۴۴	۰/۳۰۴۱	۰/۰۴۹۲	حاضر Chen et al. (2016) [۲]	۲۰		

در جدول (۱) ضریب  $L/h$  نشان دهنده نسبت طول به ضخامت یک تیر صاف و  $\omega$  نشان دهنده فرکانس بی بعد است. برای صحت سنجی، دو نوع توزیع تخلخل و برای هر نوع، دو نسبت طول به ضخامت بررسی شده است. شش فرکانس بی بعد اول تیر، مربوط به خمش درون صفحه استخراج شده و از مقایسه نتایج می‌توان گفت صحت سنجی با دقت نسبتاً خوبی انجام شده است. فرکانس‌های بی بعد از رابطه زیر بدست آمده اند:

$$\omega = 2\pi fL \sqrt{\frac{I_0}{A_0}} \quad (۶)$$

که در آن  $f$  نشان دهنده ی فرکانس بر حسب هرتز،  $L$  نشان دهنده ی طول بر حسب متر و  $I_0, A_0$  از روابط زیر بدست می آیند.

$$A_0 = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E_1}{1-V^2} dz \quad (۷)$$

$$I_0 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho_1 dz \quad (۸)$$

که با توجه به مقاله [۲]، مشخصات  $E_1=200 \text{ Gpa}$ ،  $\rho_1=7850 \text{ Kg/m}^3$  و ضریب پواسون  $\nu=0/333$  برای تیر، در نظر گرفته شده اند.

### ۲-۳ نتایج عددی

مشخصات ارتعاشات آزاد سازه استخراج شده و با تغییر پارامترهایی نظیر ضریب تخلخل، شرایط مرزی، ضخامت تیرها و انواع توزیع تخلخل، نتایج متعددی به دست آمده که در جداول (۲ و ۳) نشان داده شده است.

جدول ۲- شش فرکانس اول سازه FGP با شرط مرزی CCCC

فرکانس (Hz)						توزیع تخلخل نوع ۱	
$f_6$	$f_5$	$f_4$	$f_3$	$f_2$	$f_1$	$e_0$	h(m)
۱۹/۶۸۲	۱۷/۷۰۸	۱۶/۲۳	۱۴/۸۲۳	۱۴/۵۴۱	۶/۰۸۴۷	۰/۲۵	۰/۵
۱۹/۸۳۲	۱۷/۸۱۱	۱۶/۳۰۱	۱۴/۳۲	۱۴/۰۵	۵/۸۸۵۵	۰/۵	
۲۰/۲۴۱	۱۸/۱۳	۱۶/۵۶۹	۱۳/۹۰۳	۱۳/۶۳۷	۵/۷۱۹۱	۰/۷۵	
۳۸/۶۳	۳۴/۷۶۸	۳۱/۳۳۷	۱۶/۴۱۲	۱۵/۸۰۱	۶/۶۱۵۶	۰/۲۵	۱
۳۸/۳۹	۳۴/۶۰۹	۳۱/۱۲۷	۱۵/۸۱	۱۵/۲۲۶	۶/۳۶۸۷	۰/۵	
۳۷/۵۶۳	۳۴/۶۸۵	۳۱/۰۹۷	۱۵/۲۸	۱۴/۷۴۷	۶/۱۴۶۲	۰/۷۵	
توزیع تخلخل نوع ۲							
۱۸/۸۸	۱۶/۹۸۱	۱۵/۶۲۳	۱۴/۷۰۵	۱۴/۴۰۸	۶/۰۳۰۴	۰/۲۵	۰/۵
۱۷/۸۴۱	۱۶/۰۳۶	۱۴/۷۹۶	۱۴/۰۵۵	۱۳/۷۵۱	۵/۷۶۳۱	۰/۵	
۱۶/۰۹۶	۱۴/۴۳۴	۱۳/۴۱۳	۱۳/۴۴۴	۱۳/۱۱۵	۵/۵۰۹۶	۰/۷۵	
۳۷/۰۹۶	۳۳/۴۰۷	۳۰/۲۱۷	۱۶/۲۱۱	۱۵/۶۲۸	۶/۵۴۵۴	۰/۲۵	۱
۳۵/۰۳۲	۳۱/۵۱۲	۲۸/۵۹۱	۱۵/۴۴۴	۱۴/۹۱۴	۶/۲۴۶۴	۰/۵	
۳۱/۶۳۸	۲۸/۳۵۸	۲۵/۹۲۶	۱۴/۶۴۶	۱۴/۲	۵/۹۴۳۶	۰/۷۵	
توزیع تخلخل نوع ۳							
۱۸/۸۱۶	۱۶/۹۵۴	۱۵/۵۵۴	۱۴/۶۷۴	۱۴/۳۸۹	۶/۰۱۶	۰/۲۵	۰/۵
۱۷/۷۳۲	۱۵/۹۷۷	۱۴/۶۵۸	۱۳/۸۲۸	۱۳/۵۶	۵/۶۶۹۴	۰/۵	
۱۶/۲۶	۱۴/۶۵۲	۱۳/۴۴۲	۱۲/۶۸۱	۱۲/۴۳۵	۵/۱۹۹	۰/۷۵	
۳۷/۰۸	۳۳/۴۰۱	۳۰/۱۴۴	۱۶/۲۰۶	۱۵/۶۰۷	۶/۵۳۶۳	۰/۲۵	۱
۳۴/۹۴۴	۳۱/۴۷۷	۲۸/۴۰۸	۱۵/۲۷۳	۱۴/۷۰۸	۶/۱۵۹۸	۰/۵	
۳۲/۰۴۵	۲۸/۸۶۵	۲۶/۰۵۱	۱۴/۰۰۶	۱۳/۴۸۸	۵/۶۴۸۷	۰/۷۵	

جدول ۳- شش فرکانس اول سازه FGP با شرط مرزی CFCF

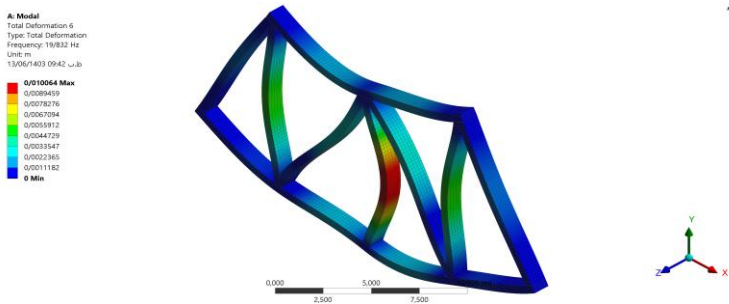
فرکانس (Hz)						توزیع تخلخل نوع ۱	
$f_6$	$f_5$	$f_4$	$f_3$	$f_2$	$f_1$	$e_0$	h(m)
۱۶/۳۷۶	۱۶/۲۹۳	۱۰/۴۴۷	۶/۶۸۳۱	۳/۹۳۴۴	۱/۲۱۵۹	۰/۲۵	۰/۵
۱۶/۴۹۵	۱۶/۲۹۳	۱۰/۲۴۲	۶/۴۷۵۲	۳/۸۲۰۶	۱/۱۷۵۷	۰/۵	
۱۶/۸۶۳	۱۶/۴۵۵	۱۰/۱۰۹	۶/۲۹۴۸	۳/۷۱۶۶	۱/۱۴۲۱	۰/۷۵	
۳۲/۰۸۴	۲۸/۱۰۳	۱۲/۹۱۲	۷/۶۸۲۳	۴/۸۷۶۱	۱/۳۵۷	۰/۲۵	۱
۳۲/۰۰۸	۲۷/۵۳۷	۱۲/۵۲۸	۷/۳۹۱	۴/۶۸۷۹	۱/۳۰۶۶	۰/۵	
۳۲/۱۹۷	۲۷/۱۱۲	۱۲/۲۴	۷/۱۰۲۹	۴/۴۸۵۷	۱/۲۶۳	۰/۷۵	
توزیع تخلخل نوع ۲							
۱۵/۷۷۹	۱۵/۶۸۲	۱۰/۱۹۷	۶/۶۰۸۷	۳/۸۸	۱/۲۰۴۷	۰/۲۵	۰/۵
۱۴/۹۶۲	۱۴/۸۴	۹/۶۴۱۶	۶/۳۰۴۳	۳/۶۹۲۳	۱/۱۵۰۶	۰/۵	
۱۳/۶۳۴	۱۳/۴۲۲	۸/۸۹۲۳	۵/۹۸۸۹	۳/۴۷۸۹	۱/۰۹۹۱	۰/۷۵	
۳۰/۸۸۶	۲۷/۳۳۹	۱۲/۶۶۳	۷/۵۸۴۱	۴/۸۱۱۹	۱/۳۴۱۵	۰/۲۵	

۲۹/۲۵۵	۲۵/۹۰۹	۱۱/۹۹۳	۷/۲۱۲۷	۴/۵۶۹	۱/۲۷۹۳	۰/۵	۱
۲۶/۵۲۴	۲۳/۸۴۸	۱۱/۱۷۷	۶/۸۰۳۲	۴/۲۸۳۸	۱/۲۱۸	۰/۷۵	
توزیع تخلخل نوع ۳							
۱۵/۷۲۵	۱۵/۶	۱۰/۲۰۷	۶/۵۹۷۳	۳/۸۷۵۳	۱/۲۰۲۶	۰/۲۵	۰/۵
۱۴/۸۱۹	۱۴/۷۰۱	۹/۶۱۹۱	۶/۲۱۷۲	۳/۶۵۲	۱/۱۳۳۳	۰/۵	
۱۳/۵۸۹	۱۳/۴۸۲	۸/۸۲۱۱	۵/۷۰۱۴	۳/۳۴۹	۱/۰۳۹۳	۰/۷۵	
۳۰/۷۸	۲۷/۳۳۷	۱۲/۶۸۳	۷/۵۸۷۳	۴/۸۱۴۳	۱/۳۴۰۹	۰/۲۵	۱
۲۹/۰۰۷	۲۵/۷۶۳	۱۱/۹۵۳	۷/۱۵۰۲	۴/۵۳۶۹	۱/۲۶۳۶	۰/۵	
۲۶/۶	۲۳/۶۲۵	۱۰/۹۶۱	۶/۵۵۷	۴/۱۶۰۶	۱/۱۵۸۸	۰/۷۵	

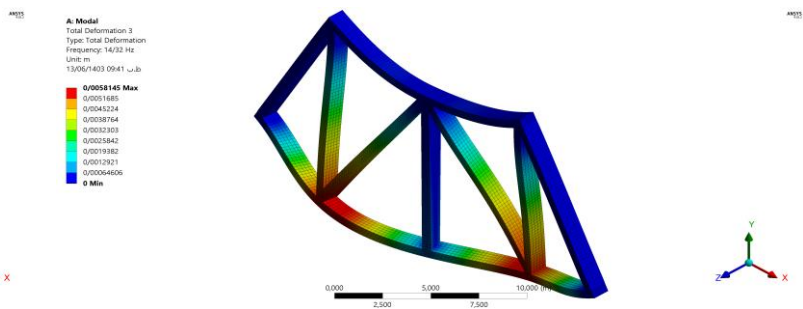
سه فرکانس اول بدست آمده  $(f_3 - f_1)$ ، مربوط به سه فرکانس اول خمش برون صفحه سازه و سه فرکانس دوم  $(f_6 - f_4)$ ، مربوط به سه فرکانس اول خمش درون صفحه سازه هستند. جدول (۲) مربوط به سازه با شرط مرزی چهار سر گیردار و جدول (۳) مربوط به سازه با شرط مرزی دو سر گیردار-دو سر آزاد است. با استفاده از فرکانس‌های به دست آمده می‌توان موارد زیر را نتیجه گرفت:

- فرکانس‌های مربوط به خمش برون صفحه، در تمامی حالات، با زیاد شدن ضریب تخلخل، کاهش یافتند.
- با افزایش ضخامت تیرها، فرکانس‌های مربوط به خمش درون صفحه، افزایش چشم‌گیری پیدا می‌کنند.
- فرکانس‌های مربوط به خمش درون صفحه، در تمامی حالات به جز توزیع تخلخل نوع یک، با زیاد شدن ضریب تخلخل کاهش یافتند.
- فرکانس‌های مربوط به خمش درون صفحه، در توزیع تخلخل نوع یک، در ضخامت نیم متر، با زیاد شدن ضریب تخلخل افزایش یافتند و در ضخامت یک متر، به مقدار ناچیزی کاهش یافته‌اند.
- سازه با ضخامت یک متر و نوع توزیع یک، بیشترین فرکانس را دارا می‌باشد.

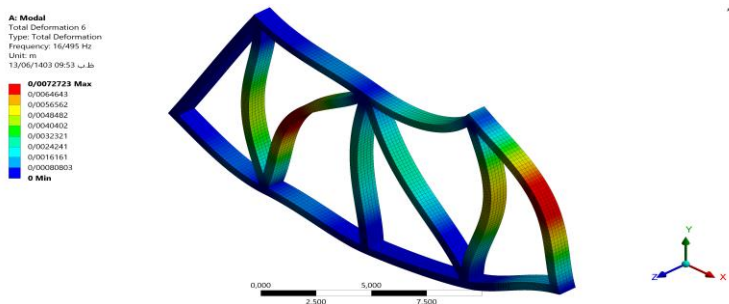
شکل‌های (۶-الف-د) نشان دهنده‌ی شکل مد سازه هستند.



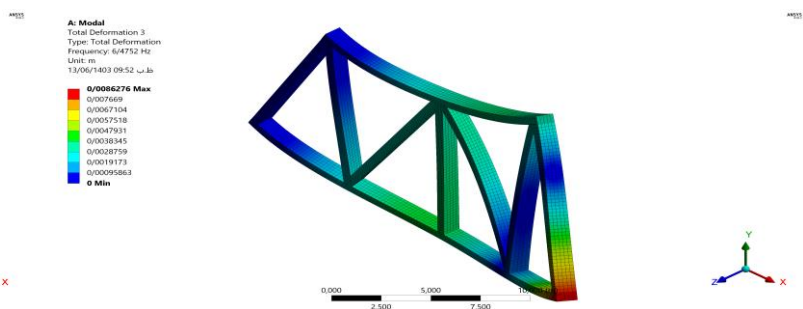
شکل ۶-ب-سومین تغییر شکل درون صفحه



شکل ۶-الف-سومین تغییر شکل بیرون صفحه



شکل ۶-د-سومین تغییر شکل درون صفحه سازه دو سر گیردار



شکل ۶-ج-سومین تغییر شکل بیرون صفحه سازه دو سر گیردار

تمامی شکل مدها مربوط به سازه با توزیع تخلخل نوع یک،  $e_0=0.5$  و ضخامت نیم متر هستند. تغییر شکل های سازه، برای نمایش بهتر، بزرگ نمایی شده اند.

#### ۴- جمع بندی

در این مقاله، ارتعاشات آزاد سازه‌هایی از جنس مواد متخلخل با درجه‌بندی تابعی مورد بررسی قرار گرفت. سه نوع توزیع تخلخل، دو نوع شرط مرزی و دو ضخامت مختلف برای سازه تحلیل شدند. نتایج عددی استخراج شده به منظور ارزیابی تأثیر تغییر ضریب تخلخل، نوع توزیع تخلخل، شرایط مرزی و ضخامت سازه‌ها بر فرکانس‌ها و شکل مدهای ارتعاشی ارائه شدند. بر اساس تحلیل نتایج، مشخص شد که در سازه‌های ساخته شده از مواد متخلخل با درجه‌بندی تابعی، توزیع تخلخل متقارن ناپیوسته از نظر ارتعاشاتی بهترین عملکرد را دارند. همچنین، افزایش ضخامت سازه منجر به افزایش فرکانس‌های طبیعی می‌شود. این یافته‌ها می‌توانند به طراحی بهینه این نوع سازه‌ها در کاربردهای مهندسی کمک شایانی کنند.

#### مراجع

1. Shailendra Kumar Bohidar, Ritesh Sharma, Prabhat Ranjan Mishra. Functionally Graded Materials: A Critical Review. International Journal of Research (IJR) Vol-1, Issue-7, August (2014).
2. Da Chen, Jie Yang, Sritawat Kitipornchai. Free and forced vibrations of shear deformable functionally graded porous beams. International Journal of Mechanical Sciences 108-109 14-22 (2016).
3. Coskun S, Kim J, Toutanji H. Bending, free vibration, and buckling analysis of functionally graded porous micro-plates using a general third-order plate theory. J Compos Sci.3(1): 15 (2019).
4. Kiran MC, Kattimani SC. Assessment of porosity influence on vibration and static behaviour of functionally graded magneto-electro-elastic plate: a finite element study. Eur J Mech A/Solids 71: 258-77 (2018).
5. Jing Zhaoa, Qingshan Wang, Xiaowei Deng, Kwangnam Choe, Fei Xie, Cijun Shuai. A modified series solution for free vibration analyses of moderately thick functionally graded porous (FGP) deep curved and straight beams. Composites Part B 165 155-166 (2019).
6. Nguyen N.D., Nguyen T.N., Nguyen T.K., Vo T.P. A new two-variable shear deformation theory for bending, free vibration and buckling analysis of functionally graded porous beams. Compos. Struct., 282 (2022), Article 115095.
7. Sajjad Riahi Farsani, Zahra Saadat, Ramazan-Ali Jafari-Talookolaei, Reza Tikani, Saeed Ziaei-Rad. Free vibrational analysis of variable thickness plate made of functionally graded porous materials using internal supports in contact with bounded fluid. Ocean Engineering 263 112335 (2022).