کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال مود لغزشی ترمینال سریع غیرتکین تطبیقی مبتنی بر مشاهده‌گر یادگیری فضاپیمای انعطاف‌پذیر

میلاد عظیمی[آ]*، مرضیه اقلیمی‌دژ [آ] و علیرضا علیخانی[آ]

[آ]* *ایران، تهران، شهرک غرب، خیابان مهستان، خیابان هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱،*
استادیار، *azimi.m@ari.ac.ir*

چکیده

در این مقاله از یک الگوریتم کنترل تحمل پذیر خطای فعال جهت کنترل همزمان وضعیت و ارتعاشات فضاپیمای صلب - انعطاف پذیر مجهز به وصله های حسگر / عملگر پیزوالکتریک استفاده شده است. قانون کنترلی مبتنی‌بر تئوری مود لغزشی ترمینال سریع غیرتکین تطبیقی، همگرایی زمان ثابت را نشان می‌دهد و به‌طور مؤثر از تکینگی جلوگیری می‌کند. کنترلر پیشنهادی با استفاده از پارامترهای تطبیقی توسعه یافته، نسبت به نامعینی‌های اینرسی و اغتشاشات خارجی مستقل است. همچنین، یک مشاهده‌گر یادگیری جهت تخمین خطاهای عملگر جسم صلب با کمترین بار محاسباتی و دقت بالاتر به کار گرفته شده است. در نهایت، جهت کاهش ارتعاشات ناشی از دینامیک وضعیت و خطاهای عملگرها، الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات مبتنی‌بر روش فیدبک نرخ کرنش نیز به طورهمزمان در تمام طول مانور فعالسازی می‌شود. طراحی و پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از قضیه لیاپانوف اثبات شده است. شبیه‌سازی‌ها جهت ارزیابی عملکرد و تحمل‌پذیری خطای رویکرد پیشنهادی و اثر آن بر انعطاف‌پذیری سازه‌ای انجام شده است.

کلمات کلیدی: فضاپیمای انعطاف‌پذیر، مشاهده‌گر یادگیری، کنترل فعال ارتعاشات، کنترل تحمل‌پذیر خطا

۱- مقدمه

سیستم‌های فضایی نامعین غیرخطی در مهندسی مدرن امروزی، پیچیده‌تر و بزرگ‌تر شده و به دلیل رفتار غیرقابل پیش‌بینی‌شان، چالش‌های قابل‌توجهی در سیستم کنترل وضعیت ایجاد می‌کنند. این چالش‌ها شامل دینامیک مدل نشده، تغییرات در پارامترهای سیستم، اغتشاشات خارجی و خطاهای عملگر می‌باشند که روش‌های مختلفی برای رفع این موانع پیشنهاد شده است. از طرف دیگر، طول عمر ماموریتی نسبتا بالای سیستم، خطر خرابی‌ها را افزایش داده که بر کارایی، امنیت و بودجه تأثیر گذار است [۱].

کنترل تحمل‌پذیر خطا یک روش مقرون به صرفه برای رفع خطاهای عملگر بدون هزینه‌های اضافی در طراحی سیستم است. طرح‌های کنترل تحمل‌پذیر خطای پیشنهادی می‌توانند فعال یا غیرفعال باشند. با کنترل تحمل‌پذیر خطای غیرفعال، سیستم کنترل بر اساس ورودی‌های بلوک تشخیص خطا مجددا پیکربندی می‌شود. کنترلرهای تحمل‌پذیر خطای متعددی با استفاده از تئوری پایداری مطلق [۲]، تخصیص‌دهی کنترل [۳] و کنترل تطبیقی [۴] توسعه یافته‌اند. در میان روش‌های کنترل تحمل‌پذیر خطا، کنترل مود لغزشی یک رویکرد مقاوم است که قادر به حل مسائل غیرخطی، از جمله اغتشاشات خارجی و نامعینی‌ها در سیستم‌های کنترل وضعیت است.

بسیاری از محققان به منظور اطمینان از عملکرد سیستم، کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال را با استفاده از مشاهده‌گرها بررسی کرده‌اند. روش‌هایی مانند کنترل مود لغزشی، کنترل بهینه، کنترل پیش‌بین مدل، و کنترل تطبیقی برای اطمینان از عملکرد بهتر

سیستم استفاده می‌شود [۵]. استفاده از مشاهده‌گرها یک رویکرد در کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال است که خطاها را کاهش داده، با دینامیک سیستم سازگار شده و سیستم‌های پیچیده، غیرخطی و متغیر با زمان را مدیریت می‌کند [۶].

این تحقیق از یک مشاهده‌گر یادگیری جهت تخمین خطای سیستم و یک کنترل تحمل‌پذیر مود لغزشی تطبیقی ترمینال سریع غیرتکین را برای پایداری سیستم‌های نامعین غیرخطی با خطاهای عملگر، اغتشاشات خارجی و پارامترهای نامعین اینرسی ارائه می‌کند. مرحله اول شامل ایجاد یک مشاهده‌گر یادگیری خطا است که انحرافات گشتاور کنترلی را تخمین می‌زند. سپس کنترل تحمل‌پذیر خطا با استفاده از رویکرد مود لغزشی ترمینال سریع غیرتکین در زمان ثابت ارائه شده است.

۲- مدلسازی دینامیکی

فضاپیمای انعطاف‌پذیر یک سیستم غیرخطی است که از یک بدنه صلب و پنل‌های انعطاف‌پذیر تشکیل شده است. بخش انعطاف‌پذیر دینامیک فضاپیما با استفاده از تکنیک همیلتون و نظریه تیر اویلر-برنولی استخراج شده است. معادلات حرکت فضاپیمای انعطاف‌پذیر را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned}&\mathbf{M}_{RR}\dot{\boldsymbol{\omega}}+\mathbf{C}_{RR}\boldsymbol{\omega}+\mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k+\mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k=\mathbf{Du}+\mathbf{d}\\&\mathbf{M}_{FR}\dot{\boldsymbol{\omega}}+\mathbf{M}_{FF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k+\mathbf{C}_{FR}\boldsymbol{\omega}+\mathbf{C}_{FF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k+\mathbf{K}_{FF}\boldsymbol{\eta}_k=-\mathbf{P}g\mathbf{A}_P^a-\mathbf{d}_e\end{aligned}. \tag{1}$$

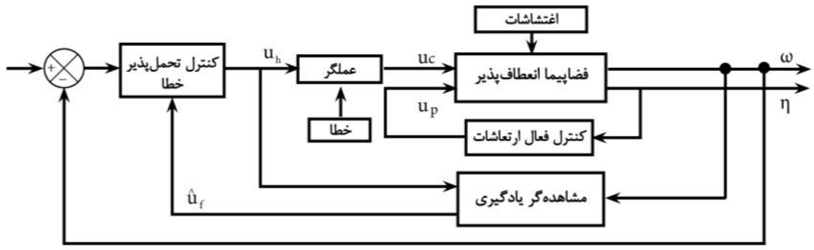
بطوریکه در آن $\boldsymbol{\omega}\in\mathbf{R}^{3\times1}$ سرعت زاویه‌ای، $\mathbf{u}\in\mathbf{R}^{3\times1}$ گشتاور کنترلی، $\mathbf{D}\in\mathbf{R}^{3\times3}$ ماتریس توزیع عملگر و $\mathbf{d}\in\mathbf{R}^{3\times1}$ اغتشاشات خارجی پارامترهای وابسته به جسم صلب هستند. همچنین، پارامتر $\mathbf{d}_e\in\mathbf{R}^{3\times1}$ اغتشاشات خارجی ناشی از جسم انعطاف‌پذیر، g بهره تقویتی و $\{\boldsymbol{\eta}_k\}=[\eta_1\ \eta_2\ \dots\ \eta_n]$ kامین مختصات تعمیم یافته وصله‌های انعطاف‌پذیر می‌باشند. ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی به ترتیب با ماتریس‌های $\mathbf{M}$، $\mathbf{C}$ و $\mathbf{K}$ نمایش داده شده است. پارامترهای $\mathbf{A}$، $\mathbf{N}$ و $\mathbf{P}$ پارامترهای وابسته به وصله‌های حسگر/عملگر و $\mathbf{A}_P^s$ و $\mathbf{A}_P^a$ ولتاژهای پیزوالکتریک می‌باشند. زیرنویس R و F نشان‌دهنده دینامیک جسم صلب و جسم انعطاف‌پذیر است، درحالیکه a و s نشان‌دهنده حسگر و عملگر می‌باشد. گشتاور واقعی تولید شده توسط عملگرهای معیوب به شرح زیر است:

$$\mathbf{u}_c=\mathbf{E}(t)\mathbf{u}_h=\mathbf{u}_h+\left(\mathbf{E}(t)-\mathbf{I}_{3\times3}\right)\mathbf{u}_h=\mathbf{u}_h+\mathbf{u}_f\ . \tag{2}$$

که در آن $\mathbf{u}_h$ و $\mathbf{u}_f$ به ترتیب گشتاور کنترلی و انحراف گشتاور کنترلی که توسط خطای عملگر ایجاد می‌شود. همچنین، ماتریس کاهش اثربخشی عملگر $\mathbf{E}(t)=diag\left[e_1,e_2,e_3\right]\in\mathbf{R}^{3\times3}$ که در محدوده $0<e_i\le1,\ \left(i=1,2,3\right)$ است.

۳- طراحی مشاهده‌گر و کنترلر

شکل زیر ساختار مشاهده‌گر و کنترلر را نشان می‌دهد.



شکل ۱. بلوک دیاگرام کنترلی

پیش از آغاز فرایند طراحی، لازم است فرضیات زیر در نظر گرفته شوند.

فرضیه ۱. ماتریس جرمی $\mathbf{M}_{RR}$ مثبت معین است.

فرضیه ۲. حرکت بخش‌های انعطاف‌پذیر $\|\boldsymbol{\eta}_k\|$ و مشتق اول آن $\|\dot{\boldsymbol{\eta}}_k\|$ محدود است.

فرضیه ۳. اغتشاشات خارجی با مقدار اشباع $d_{\max}$ محدود در نظر گرفته شده است $\|\mathbf{d}_e\|\le d_{\max}$.

فرضیه ۴. خطای عملگر با مقدار ثابت مثبت e_m محدود در نظر گرفته شده است $0 \le \max\{e_1, e_2, e_3\} \le e_m$.

فرضیه ۵. اختلاف گشتاور ناشی از خطای عملگر $\mathbf{u}_f$ محدود است و رابطه $\|\mathbf{u}_f(t) - \mathbf{K}_1 \mathbf{u}_f(t-\tau)\| \le k_v$ برقرار است. به طوریکه $k_v > 0$ می‌باشد.

۱-۳ مشاهده‌گر یادگیری خطا

در این بخش، یک مشاهده‌گر یادگیری جهت تخمین خطای عملگر طراحی شده است. بنابراین، لازم است دینامیک طوری بازنویسی شود که اختلاف گشتاور ناشی از خرابی عملگر در معادلات ظاهر شود. بدین منظور با بازنویسی معادله (۲) داریم:

$$\mathbf{M}_R \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{u}_h + \mathbf{u}_f + \mathbf{d} \,. \quad (۳)$$

مشاهده‌گر یادگیری تخمین خطای طراحی شده به صورت زیر می‌باشد:

$$\begin{gathered} \mathbf{M}_R \dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}}(t) = -\mathbf{M}_{RF} \ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R \hat{\boldsymbol{\omega}} - \mathbf{C}_{RF} \dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{u}_h + \mathbf{f}(t) + \lambda_1 (\boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}}) + \boldsymbol{\lambda}_2 \operatorname{sgn}(\boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}}) \\ \mathbf{f}(t) = \mathbf{K}_1 \mathbf{f}(t-\tau) + \mathbf{K}_2 \operatorname{sgn}(\boldsymbol{\omega} - \hat{\boldsymbol{\omega}}) \end{gathered} \,. \quad (۴)$$

که در آن $\hat{\boldsymbol{\omega}} \in \mathbf{R}^{3\times1}$ و $\mathbf{f}(t) \in \mathbf{R}^{3\times1}$ به‌ترتیب سرعت زاویه‌ای تخمینی و اختلاف گشتاور تخمینی، τ معرف بازه زمانی به روزرسانی الگوریتم، λ_1 یک ثابت مثبت و $\boldsymbol{\lambda}_2 \in \mathbf{R}^{3\times3}$ یک ماتریس مثبت معین می‌باشد که مقدار آن وابسته به حد بالای اغتشاشات سیستم است. همچنین، $\mathbf{K}_1 \in \mathbf{R}^{3\times3}$ و $\mathbf{K}_2 \in \mathbf{R}^{3\times3}$ ماتریس‌های بهره مثبت معین هستند. جهت بررسی عملکرد مشاهده‌گر لازم است دو متغیر جدید، به عنوان خطای تخمینی سرعت زاویه‌ای و خطای تخمینی اختلاف گشتاور به صورت زیر تعریف شود:

$$\tilde{\mathbf{e}}(t) = \mathbf{u}_f(t) - \mathbf{f}(t), \;\; \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) = \boldsymbol{\omega}(t) - \hat{\boldsymbol{\omega}}(t) \,. \quad (۵)$$

از طرف دیگر، خطای تخمینی سرعت زاویه‌ای $\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) = \boldsymbol{\omega}(t) - \hat{\boldsymbol{\omega}}(t)$ به صورت زیر است:

$$\mathbf{M}_R \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) = \mathbf{C}_R \tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) + \tilde{\mathbf{e}}(t) - \lambda_1(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) - \boldsymbol{\lambda}_2 \operatorname{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) + \mathbf{d}_e \,. \quad (۶)$$

لم ۱: اگر مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده مطابق رابطه (۴) تعریف شده باشد، لازم است نامساوی زیر برقرار باشد [۷]:

$$\tilde{\mathbf{e}}^T(t)\tilde{\mathbf{e}}(t) \le \alpha_1 \tilde{\mathbf{e}}^T(t-\tau)\mathbf{K}_1^T \mathbf{K}_1 \tilde{\mathbf{e}}(t-\tau) + \alpha_2 \operatorname{sgn}^T(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t))\mathbf{K}_2^T \mathbf{K}_2 \operatorname{sgn}(\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)) + \alpha_3 \upsilon^T(t)\upsilon(t) \,. \quad (۷)$$

به طوریکه $\upsilon(t) = \mathbf{u}_f(t) - \mathbf{K}_1 \mathbf{u}_f(t-\tau)$ و $\alpha_i \; (i=1,2,3)$ ثابت‌های مثبتی هستند.

قضیه ۱: سیستم دینامیکی (۳) و مشاهده‌گر یادگیری تکرار شونده (۴) را در نظر بگیرید. به این ترتیب خطای تخمینی $\tilde{\mathbf{e}}(t)$ و $\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)$ به یک مجموعه کوچک همگرا خواهد شد. بنابراین لازم است بهره‌های مشاهده‌گر به صورت زیر انتخاب شوند:

$$-\mathbf{C}_R + \lambda_1 - \gamma_4 > 0 \quad ; \quad 1 - (1 + 1/\gamma_4 + \delta)\alpha_1 \|\mathbf{K}_1\|^2 \ge 0 \quad ; \quad \lambda_{2,\min} - d_{\max} \ge 0 \,. \quad (۸)$$

که در آن γ_4 و δ ثابت‌های مثبتی هستند.

اثبات: تابع لیاپانوف پیشنهادی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$V_1 = \frac{1}{2}\tilde{\boldsymbol{\omega}}^T \mathbf{M}_R \tilde{\boldsymbol{\omega}} + \int_{t-\tau}^{t} \tilde{\mathbf{e}}^T(r)\tilde{\mathbf{e}}(r) dr \,. \quad (۹)$$

همچنین، نامساوی زیر بر اساس نامساوی یانگ [۸] در نظر بگیرید:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t)\tilde{\mathbf{e}}(t) \le \gamma_4 \tilde{\boldsymbol{\omega}}^T(t)\tilde{\boldsymbol{\omega}}(t) + \frac{1}{\gamma_4}\tilde{\mathbf{e}}^T(t)\tilde{\mathbf{e}}(t) \,. \quad (۱۰)$$

با توجه به مشتق زمانی V_1 و جایگذاری معادله (۶) در آن، انتخاب $\lambda_{2,\min}$ به طوریکه نامساوی $\lambda_{2,\min} \ge d_{\max}$ برقرار باشد و با فرض $1 - (1 + 1/\gamma_4 + \delta)\alpha_1 \|\mathbf{K}_1\|^2 \ge 0$، داریم:

$$\dot{V}_1 \le -(-\mathbf{C}_R + \lambda_1 - \gamma_4)\|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\|^2 - \delta\|\tilde{\mathbf{e}}(t)\|^2 + (1 + 1/\gamma_4 + \delta)[\alpha_3 k_v + \alpha_2 \|\mathbf{K}_2\|^2] . \qquad (۱۱)$$

بطوریکه $\sigma = (1 + 1/\gamma_4 + \delta)[\alpha_3 k_v + \alpha_2 \|\mathbf{K}_2\|^2]$ است. بنابراین خطای تخمینی سرعت زاویه‌ای و خطای عملگر به صورت $\|\tilde{\boldsymbol{\omega}}\| \le \sqrt{\dfrac{\sigma}{-\phi + \lambda_1 - \gamma_4}}$ و $\|\tilde{\mathbf{e}}(t)\| \le \sqrt{\dfrac{\sigma}{\delta}}$ محدود شده و $\dot{V}_1 \le 0$ اثبات شده پس V_1 کاهش پیدا می‌کند. در نهایت، اثبات تکمیل می‌شود.

۳-۲ کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی ترمینال سریع غیرتکین

اهداف کنترلی به صورت $\lim_{t\to t_f} q_0 = 1, \quad \lim_{t\to t_f} \mathbf{q}_{vi} = 0, \quad \lim_{t\to t_f} \boldsymbol{\omega} = 0$ در نظر گرفته شده است. یک سطح مود لغزشی سریع غیرتکین انتخاب شده است و همگرایی سریع را نشان می‌دهد. انتخاب سطح لغزشی با در نظر گرفتن خطای کواترنیون و خطای سرعت زاویه‌ای به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{k}_1\mathbf{q}_v + \mathbf{k}_2\mathbf{S}_{au} . \qquad (۱۲)$$

بطوریکه در آن $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^3$ سطح لغزش است که در آن $(j = 1,2;\ i = 1,2,3)$ $\mathbf{k}_1 > 0$ و $\mathbf{S}_{au} = [S_{au1}, S_{au2}, S_{au3}]$ است، همچنین:

$$S_{aui} = \begin{cases} l_1 q_{vi} + l_2 sign(q_{vi}) q_{vi}^2 & if\ \bar{\mathbf{S}}_i \ne 0,\ |q_{vi}| < \varepsilon \\ \alpha sig(q_{vi})^{g_1} + \beta sig(q_{vi})^{g_2} & otherwise \end{cases} . \qquad (۱۳)$$

که در آن α، β، g_1 و g_2 ثابت‌های مثبتی هستند که دو رابطه $l_1 = 0.5\alpha\varepsilon^{g_1-1} + 0.5\beta\varepsilon^{g_2-1}$ و $l_2 = 0.5\alpha\varepsilon^{g_1-2} + 0.5\beta\varepsilon^{g_2-2}$ را ارضاء می‌نماید. پارامتر ε یک مقدار ثابت کوچک مثبت ($\varepsilon = 0.001$) است. با جایگذاری معادله (۱۲) در معادله (۱۳) داریم:

$$\mathbf{M}_{RR}\dot{\mathbf{S}} = \mathbf{M}_{RR}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \frac{\mathbf{M}_{RR}}{2}\mathbf{F}(q_0\mathbf{I}_3 + \mathbf{q}_v^{\times})\boldsymbol{\omega} . \qquad (۱۴)$$

بطوریکه در آن $\mathbf{F}$ به صورت زیر است:

$$\mathbf{F} = \begin{cases} l_1 I_3 + 2 l_2 diag(sign(q_{vi}).q_{vi}) & if\ \bar{\mathbf{S}}_i \ne 0, |q_{vi}| < \varepsilon \\ \alpha g_1(sign(q_{vi}).q_{vi}^{g_1-1}) + \beta g_2(sign(q_{vi}).q_{vi}^{g_2-1}) & otherwise \end{cases} . \qquad (۱۵)$$

با جایگذاری معادله (۱) در معادله (۱۴) داریم:

$$\mathbf{M}_{RR}\dot{\mathbf{S}} = -\mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k - \mathbf{C}_R\boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_c(t) + \bar{\mathbf{d}}(t) + \frac{\mathbf{M}_{RR}}{2}\mathbf{F}(q_0\mathbf{I}_3 + \mathbf{q}_v^{\times})\boldsymbol{\omega} . \qquad (۱۶)$$

ساختار قانون تخمینی به صورت زیر است:

$$\mathbf{M}_{RR}\dot{\mathbf{S}} = -\mathbf{K}_1 sig^{\lambda}(\mathbf{S}) - \mathbf{K}_2 sig^{\gamma}(\mathbf{S}) . \qquad (۱۷)$$

که در آن $\mathbf{K}_1 s = diag(K_{i1}, K_{i2}, K_{i3})$ یک ماتریس قطری است.

لم ۱. پایداری زمان ثابت با توجه به قانون لیاپانوف به صورت زیر است [۹]:

$$V(x) + \alpha V^p(x) + \beta V^q(x) \le 0 . \qquad (۱۸)$$

زمان همگرایی به صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$T_k \le \frac{1}{\alpha(1-p)} + \frac{1}{\beta(q-1)} . \qquad (۱۹)$$

که در آن $\lambda_1 > 0$، $\lambda_2 > 0$ و $0 < k < 1$ است.

قضیه ۲. سیستم‌های صلب- انعطاف‌پذیر را با خرابی‌های عملگر موجود، نامعینی‌ها، اغتشاشات خارجی (۳) و سطح لغزشی (۱۲) در نظر بگیرید. مسیرهای سیستم در زمان ثابت با قانون کنترل به سطح لغزشی همگرا می‌شوند:

$$\mathbf{u}_c = \left(-\mathbf{K}_1 sig^{\lambda}(\mathbf{S}) - \mathbf{K}_2 sig^{\gamma}(\mathbf{S}) - \frac{\mathbf{S}}{\|\mathbf{S}\|}\eta\hat{\delta}\left(\hat{c}_1 + \hat{c}_2\|\boldsymbol{\omega}\| + \hat{b}\varphi\right) - \hat{\mathbf{u}}_f \right). \tag{۲۰}$$

به طوریکه در آن $\varphi = 1 + \|\boldsymbol{\omega}\| + \|\boldsymbol{\omega}\|^2 + \|\boldsymbol{\omega}\|^p + \|\boldsymbol{\omega}\|^q + \|\boldsymbol{\omega}\|^{pq}$ است. پارامترهای $\hat{c}_1$، $\hat{c}_2$، $\hat{b}$ و $\hat{\delta}$ پارامترهای تطبیقی هستند و به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\dot{\hat{\delta}} = \mu_0\eta\hat{\delta}^3\|\mathbf{S}\|(\hat{c}_1 + \hat{c}_2\|\boldsymbol{\omega}\| + \hat{b}\varphi),\ \dot{\hat{b}} = \mu_3\|\mathbf{S}\|\varphi,\quad \dot{\hat{c}}_1 = \mu_1\|\mathbf{S}\|,\quad \dot{\hat{c}}_2 = \mu_2\|\mathbf{S}\|\|\boldsymbol{\omega}\|. \tag{۲۱}$$

اثبات. قانون لیاپانوف پیشنهادی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$\dot{V}_2 = \frac{1}{2}\mathbf{S}^T\mathbf{M}_{RR}\mathbf{S} + \frac{1}{2\mu_0}\tilde{\delta}^2 + \frac{1}{2\mu_1}\tilde{c}_1^2 + \frac{1}{2\mu_2}\tilde{c}_2^2 + \frac{1}{2\mu_3}\tilde{b}^2. \tag{۲۲}$$

که در آن $\hat{\delta}$، $\hat{c}_1$، $\hat{c}_2$ و $\hat{b}$ است. با استفاده از معادله (۱۶) و جایگذاری مشتق اول V_2 و استفاده از فرضیه ۶ داریم:

$$\dot{V}_2 \le \delta\mathbf{S}^T(-\mathbf{K}_1 sig^{\lambda}(\mathbf{S}) - \mathbf{K}_2 sig^{\gamma}(\mathbf{S})) + (1-\eta)\|\mathbf{S}^T\|\left(\hat{c}_1 + \hat{c}_2\|\boldsymbol{\omega}\| + \hat{b}\varphi + m + n\right). \tag{۲۳}$$

بر اساس رابطه بالا، پارامتر η باید تحت شرایط زیر در محدوده $\eta \ge 1$ قرار گیرد:

$$\begin{cases} (1-\eta)\|\mathbf{S}^T\|\left(\hat{c}_1 + \hat{c}_2\|\boldsymbol{\omega}\| + \hat{b}\varphi + m + n\right) = 0 & \eta = 1 \\ (1-\eta)\|\mathbf{S}^T\|\left(\hat{c}_1 + \hat{c}_2\|\boldsymbol{\omega}\| + \hat{b}\varphi + m + n\right) < 0 & \eta > 1 \end{cases}. \tag{۲۴}$$

بنابراین، مقادیر اولیه پارامترهای $\hat{\delta}$، $\hat{c}_1$، $\hat{c}_2$ و $\hat{b}$ قیود $\hat{\delta}(0) > 0$، $\hat{c}_1(0) > 0$، $\hat{c}_2(0) > 0$ و $\hat{b}(0) > 0$ برقرار سازد. در نتیجه، با توجه به مرجع [۱۰]، داریم:

$$\dot{V}_2 \le -\delta\left(\frac{2}{\lambda_{\max}(\mathbf{M}_{RR})}\right)^{(\lambda+1)/2}\left(\min(K_{1j}) - (\frac{L_1}{V_1})^{(\lambda+1)/2}\right)V_1^{(\lambda+1)/2} - \delta\left(\frac{2}{\lambda_{\max}(\mathbf{M}_{RR})}\right)^{(\gamma+1)/2}\left(\min(K_{2j}) - (\frac{L_1}{V_1})^{(\gamma+1)/2}\right)V_1^{(\gamma+1)/2}. \tag{۲۵}$$

که در آن $L_1 = \frac{1}{2\mu_0}\tilde{\delta}^2 - \frac{1}{2\mu_1}\tilde{c}_1^2 - \frac{1}{2\mu_2}\tilde{c}_2^2 - \frac{1}{2\mu_3}\tilde{b}^2$، $\frac{L_1}{V_1} < 1$، $(\frac{L_1}{V_1})^{(\lambda+1)/2} < 1$ و $(\frac{L_1}{V_1})^{(\gamma+1)/2} < 1$ مطابق $L_1 < V_1$ است. اگر دو رابطه $\min(K_{1j}) \ge 1$ و $\min(K_{2j}) \ge 1$ در بیان معادله (۲۵) منجر به ساده سازی $\dot{V}(x) + \alpha V^p + \beta V^q$ می‌شود. این سیستم می‌تواند معادله (۱۸) مورد نیاز پایداری زمان محدود لم ۱ را برآورده کند و در یک زمان ثابت به سطح لغزش برسد. بنابراین، مطابق با لم ۱، زمان همگرایی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$t_1 \le \frac{1}{\chi_1(p-1)} + \frac{1}{\chi_2(q-1)}. \tag{۲۶}$$

که در آن داریم:

$$\begin{aligned} \chi_1 &= \delta\left(\frac{2}{\lambda_{\max}(\mathbf{M}_{RR})}\right)^{(\lambda+1)/2}\left(\min(K_{1j}) - (\frac{L_1}{V_1})^{(\lambda+1)/2}\right)V_1^{(\lambda+1)/2} \\ \chi_2 &= \delta\left(\frac{2}{\lambda_{\max}(\mathbf{M}_{RR})}\right)^{(\gamma+1)/2}\left(\min(K_{2j}) - (\frac{L_1}{V_1})^{(\gamma+1)/2}\right)V_1^{(\gamma+1)/2},\ p = \frac{\lambda+1}{2} < 1,\quad q = \frac{\gamma+1}{2} > 1 \end{aligned}. \tag{۲۷}$$

قضیه ۳. هنگامی که وضعیت سیستم مود لغزشی $\mathbf{S}=0$ رسید، خطاهای وضعیت به تدریج در یک زمان ثابت به صفر همگرا می‌شوند.

اثبات. تابع لیاپانوف پیشنهادی به صورت زیر انتخاب شده است:

$$V_3=\frac{1}{2}\left[\mathbf{q}_v^T\mathbf{q}_v+(1-q_0)^2\right]. \tag{۲۸}$$

براساس $\mathbf{q}_v^T\mathbf{q}_v^{\times}=0$ داریم:

$$\begin{aligned}\dot{V}_3&=\mathbf{q}_v^T\dot{\mathbf{q}}_v+(1-q_0)\dot{q}_0=0.5\mathbf{q}_v^T(q_0I_3+\mathbf{q}_v^{\times})\boldsymbol{\omega}+0.5\mathbf{q}_v^T(1-q_0)\boldsymbol{\omega}=0.5\mathbf{q}_v^Tq_0\boldsymbol{\omega}+0.5\mathbf{q}_v^T\mathbf{q}_v^{\times}\boldsymbol{\omega}+0.5\mathbf{q}_v^T\boldsymbol{\omega}(1-q_0)\\&=0.5\mathbf{q}_v^T\boldsymbol{\omega}=-0.5\alpha\mathbf{q}_v^Tsig(\mathbf{q}_v)^{g_1}-0.5\beta\mathbf{q}_v^Tsig(\mathbf{q}_v)^{g_2}\end{aligned}. \tag{۲۹}$$

در حالیکه $\lim_{t\to t_2}q_0=1$ به دلیل $(1-q_0)^2\le(1-q_0)(1+q_0)=\mathbf{q}_v^T\mathbf{q}_v$ برقرار است؛ بنابراین داریم:

$$\dot{V}_3\le\mathbf{q}_v^T\mathbf{q}_v. \tag{۳۰}$$

مطابق معادله (۲۹)، معادله (۳۰) را به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\dot{V}_3(x)+\chi_1V_3^{(g_1+1)/2}+\chi_2V_3^{(g_2+1)/2}\le0. \tag{۳۱}$$

که در آن $\chi_1=0.5\alpha$ و $\chi_2=0.5\beta$ است. لم ۱ بیان می‌کند که پس از نزدیک شدن خط مسیر سیستم به سطح مود لغزشی، خطای کواترنیون‌ها در زمان ثابت به صفر همگرا می‌شود. زمان رسیدن با t_2 نمایش داده می‌شود و داریم $t_2\le\frac{1}{\chi_1(1-g_1)}+\frac{1}{\chi_2(1-g_2)}$.

۳-۳ کنترل فعال ارتعاشات

به منظور ایجاد مانورهای با دقت بالا، در این بخش به طراحی یک الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک پرداخته شده است. از آنجاییکه هیچ میدان خارجی به لایه حسگر اعمال نمی‌شود، جابجایی الکتریکی ایجاد شده بر روی سطح حسگر به طور مستقیم با کرنش اعمال شده بر روی آن متناسب است. جریان خروجی حسگر پیزوالکتریک نرخ کرنش پنل‌های انعطاف‌پذیر را اندازه‌گیری می‌کند. این جریان با استفاده از یک تنظیم‌کننده سیگنال با بهره G_c به ولتاژ حسگر V_s تبدیل می‌شود و با ضریب بهره متناسب کنترلر به عملگرهای پیزوالکتریک اعمال می‌شود. ولتاژ خروجی حسگرهای پیزوالکتریک را می توان با رابطه زیر نمایش داد:

$$V_s(t)=G_ci(t)=G_ce_{31}(\frac{h_b}{2}+h_p)w_p\int_0^{L_p}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\mathbf{\Psi}_k(x)\dot{\boldsymbol{\eta}}_k(t)dx\ . \tag{۳۲}$$

که در آن $i(t)$ جریان مدار $e_{31}(t)$ ثابت شارژ/تنش پیزوالکتریک است. نیروی کنترل نسبی f_{ctrl} تولید شده توسط عملگر که بر روی وصله‌ها اعمال می‌شود با استفاده از نظریه گشتاور خمشی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_{ctrl}=E_pd_{31}\hat{\omega}_p(\frac{h_b+h_p}{2})\int_0^{L_p}\frac{\partial}{\partial x}\mathbf{\Psi}_k(x)dxV_a(t). \tag{۳۳}$$

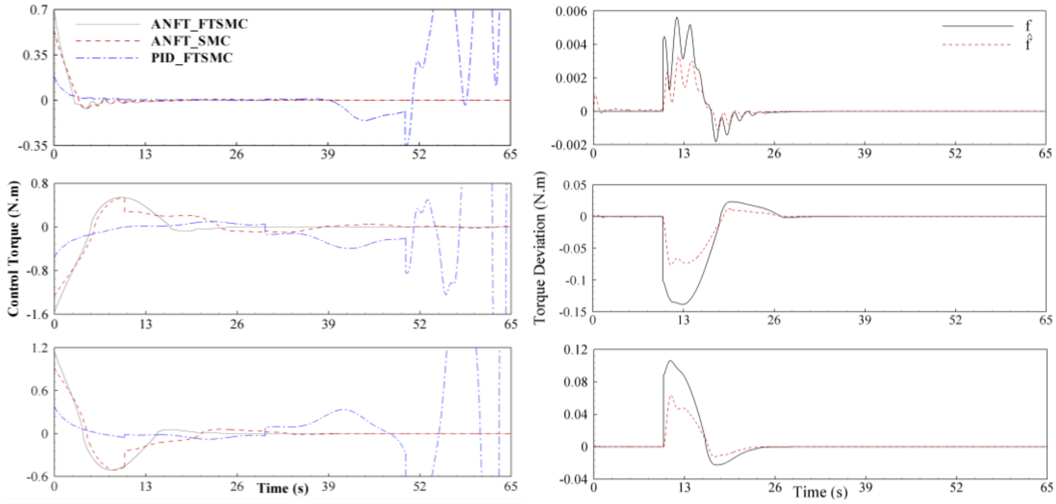
که در آن $V_a(t)$ ولتاژ تولید شده توسط عملگرهای پیزوالکتریک و $\mathbf{\Psi}_k$ (k امین) توابع شکلی می‌باشند [۱۱].

۴- بحث و نتایج شبیه‌سازی

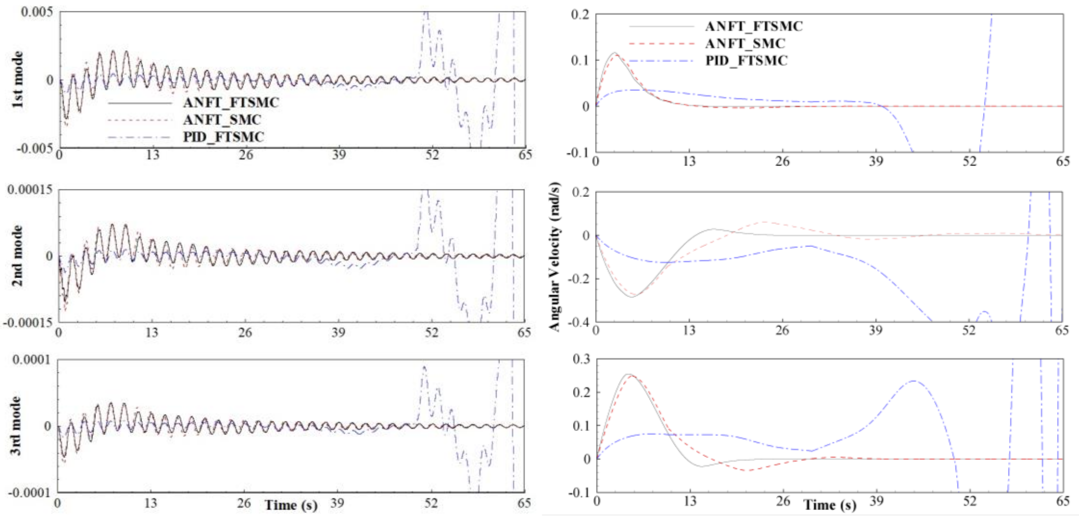
در این بخش جهت بررسی عملکرد و قابلیت‌های کنترل تحمل‌پذیر خطای مود لغزشی مبتنی‌بر مشاهده‌گر خرابی و بدون آن شبیه‌سازی‌های مانور وضعیت چند محوره فضاپیما ارائه شده است. نتایج در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای از پاسخ‌های زمانی گشتاورهای

کنترلی، سرعت زاویه‌ای و مودهای ارتعاشی برای یک فضاپیمای انعطاف‌پذیر در شکل‌های ۱ و ۲ نمایش داده شده است. پارامترهای در نظر گرفته شده برای بدنه اصلی و پنل‌ها عبارتند از: چگالی $\rho_A = 2(kg/m)$، سفتی خمشی $EI_y = 35(Gpa)$، طول $L_m = 2(m)$، عرض $m = 0.3(m)$، اندازه هاب $a = 0.3(m)$، ممان اینرسی $I_x = 7.31(kg.m^2)$، $I_y = 13.44(kg.m^2)$ و $I_z = 11.72(kg.m^2)$ و مشخصات وصله‌های پیزوالکتریک: ثابت کرنش پیزواکتریک $d_{31} = 125\times10^{-12}(m/V)$، ثابت شارژ پیزوالکتریک $e_{31} = 10.5\times10^{-3}(Vm/N)$، چگالی $\rho_P = 0.096(kg/m)$، عرض $z_p = 0.0635(m)$، ضخامت $h_p = 1.905\times10^{-4}(m)$، طول $L_p = 0.0635(m)$ و ضریب گذردهی $\varepsilon_3^T = 1.5\times10^{-8}(F/m)$ در نظر گرفته شده است. اغتشاشات خارجی وارد شده بر بدنه صلب و پنل‌های انعطاف‌پذیر فضاپیما به ترتیب به صورت $d_e = 0.04(\sin(0.07t))$ و $d_b = 0.00075(\sin(10t))$ در نظر گرفته شده است. جهت شبیه‌سازی خطا، یک سناریوی خطا در نظر گرفته شده است. از همان ابتدای مانور هر عملگر دچار کاهش اثربخشی می‌شوند. جزئیات آن به شرح زیر است:

$$\mathbf{e}_{i,1} = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 0.35+0.1\sin(0.5t) & t\geq 0 \end{cases},\ \mathbf{e}_{i,2} = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 0.5 & t\geq 0 \end{cases},\ \mathbf{e}_{i,3} = \begin{cases} 0 & t<0 \\ 0.1 & t\geq 0 \end{cases}. \qquad (۳۴)$$



شکل ۲. (الف) تاریخچه زمانی گشتاور کنترلی، (ب) تاریخچه زمانی اختلاف گشتاور کنترلی با استفاده از مشاهده‌گر یادگیری



شکل ۳. (الف) تاریخچه زمانی سرعت زاویه‌ای، (ب) تاریخچه زمانی سه مود اول ارتعاشی

شرایط اولیه وضعیت $q(t_0) = [0.174; -0.263; 0.789; -0.526]$ و $\boldsymbol{\omega} = [0,0,0]^T$ تنظیم شده و سه مود اول ارتعاش $k = 3$ برای گسسته‌سازی حوزه الاستیک در نظر گرفته شده است. پارامترهای الگوریتم‌های کنترلی مود لغزشی تحمل‌پذیر خطا عبارتند از: بهره‌های کنترل مود لغزشی ترمینال سریع غیرتکین برابر $k_1 = 0.5$، $k_2 = 0.25$، $g_1 = 0.6$، $g_2 = 1.5$، $\alpha = \beta = 0.1$

و $p=q=0.1$ و پارامترهای تطبیقی $\gamma=1$، $\mu_0=\mu_1=\mu_2=\mu_3=1$، $\eta=1.5$، $K_1=1.5diag[1,1,1]$ و $K_1=3diag[1,1,1]$ در نظر گرفته شده است. در ادامه، مقادیر پارامترهای در نظر گرفته شده در مشاهده‌گر یادگیری تکرارشونده به صورت $\lambda_1=20$، $\boldsymbol{\lambda}_2=diag\left(0.0001,0.002,0.004\right)$، $\mathbf{K}_1=diag\left(0.001,0.001,0.001\right)$ و $\mathbf{K}_2=diag\left(0.01,0.01,0.01\right)$ تعیین شده‌اند. همچنین، در طراحی الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات $G_c=127$ و $\mathbf{K}_{PZT}=[32, 27, 19, 7]$ برای المان‌های ۱، ۳، ۵ و ۷ در نظر گرفته شده است. همانطور که در شکل (۲-الف) مشاهده می‌شود، گشتاور کنترلی رویکرد مود لغزشی پیشنهادی بدون مکانیزم تحمل‌پذیری خطا ارتعاشات شدیدی را به هنگام وقوع اولین خطا تجربه می‌کند. از طرف دیگر، کنترلر پیشنهادی می‌تواند به سرعت از این شرایط جلوگیری کند. شکل (۲-ب) اختلاف گشتاور کنترلی ناشی از خطاهای عملگر را نشان می‌دهد که مشاهده‌گر یادگیری عملکرد مطلوبی از خود نشان می‌دهد و مشهود است که در ۲۰ ثانیه اول مانور گشتاور کنترلی کاهش می‌یابد. حالت‌های سیستم بر اساس سرعت‌های زاویه‌ای و سه مود اول ارتعاشی به ترتیب در شکل‌های (۳-الف) و (۳-ب) نشان داده شده است. با استفاده از رویکرد کنترل تطبیقی تحمل‌پذیر خطای پیشنهادی اهداف کنترلی با دقت و زمان نشست مناسب به دست می‌آید. همچنین، همان‌طور که در شکل (۳-ب) نشان داده شده است، سیستم با کنترل ساده مود لغزشی PID در هنگام وقوع سومین خطا دچار همگرایی می‌شود.

۵- نتیجه‌گیری

این مقاله روش جدیدی را برای دستیابی به کنترل تحمل‌پذیر خطای یک فضاپیمای انعطاف‌پذیر با استفاده از رویکرد کنترل مود لغزشی ترمینال سریع غیرتکین با کنترل فعال ارتعاشات ارائه می‌نماید. قانون کنترل مود لغزشی پیشنهادی همگرایی زمان ثابت را نشان می‌دهد و از تکینگی سیستم جلوگیری می‌کند، و این کنترلر توانایی تحمل‌پذیری خطا را نسبت به چند خطای متعدد را دارد. مشاهده‌گر یادگیری پیشنهادی می‌تواند خطاهای عملگر را با هزینه پردازش کمتر و دقت بیشتر نسبت به مشاهده‌گرهای معمولی جبران کند. کنترل فعال ارتعاشات با رویکرد نرخ فیدبک کرنش توانایی پایداری مودهای ارتعاشی سیستم را دارد و می‌تواند اثرات ارتعاشات بر روی بدنه صلب را کاهش دهد. شبیه‌سازی‌های عددی رفتار مناسب سیستم حلقه بسته را با دینامیک کاملا کوپل فضاپیمای صلب-انعطاف‌پذیر را با توجه به کنترل تحمل‌پذیر خطای فعال پیشنهادی نشان می‌دهد.

۶- مراجع

1 Z. Zhao, Y. Liu, T. Zou, K.-S. Hong, and H.-X. Li, "Robust adaptive fault-tolerant control for a riser-vessel system with input hysteresis and time-varying output constraints," *IEEE Transactions on Cybernetics,* vol. 53, no. 6, pp. 3939-3950, (2022).

2 M. Benosman and K.-Y. Lum, "Application of absolute stability theory to robust control against loss of actuator effectiveness," *IET Control Theory & Applications,* vol. 3, no. 6, pp. 772-788, (2009).

3 S. Ijaz, H. Ijaz, M. T. Hamayun, and U. Javaid, "Active and passive fault tolerant control allocation strategy for nonlinear systems," *Journal of Vibration and Control,* vol. 29, no. 15-16, pp. 3492-3515, (2023).

4 J.-X. Zhang and G.-H. Yang, "Robust adaptive fault-tolerant control for a class of unknown nonlinear systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics,* vol. 64, no. 1, pp. 585-594, (2016).

5 T. Jain, J. J. Yamé, and D. Sauter, "Active fault-tolerant control systems," *Cham, Switzerland: Springer,* (2018).

6 E. Bernardi and E. J. Adam, "Observer-based fault detection and diagnosis strategy for industrial processes," *Journal of the Franklin Institute,* vol. 357, no. 14, pp. 10054-10081, (2020).

7 T. Cao, H. Gong, P. Cheng, and Y. Xue, "A novel learning observer-based fault-tolerant attitude control for rigid spacecraft," *Aerospace Science and Technology,* vol. 128, p. 107751, (2022).

8 L. Zhang, C. Hua, and X. Guan, "Distributed output feedback consensus tracking prescribed performance control for a class of non-linear multi-agent systems with unknown disturbances," *IET Control Theory & Applications,* vol. 10, no. 8, pp. 877-883, (2016).

9 H. Gui and G. Vukovich, "Adaptive fault-tolerant spacecraft attitude control using a novel integral terminal sliding mode," *International Journal of Robust and Nonlinear Control,* vol. 27, no. 16, pp. 3174-3196, (2017).

10 P. M. Tiwari, S. Janardhanan, and M. un-Nabi, "Rigid spacecraft fault-tolerant control using adaptive fast terminal sliding mode," *Advances and Applications in Sliding Mode Control Systems,* pp. 381-406, (2015).

11 B. Bandyopadhyay, T. C. Manjunath, and M. Umapathy, *Modeling, control and implementation of smart structures: a FEM-state space approach*. Springer, 2007.