کنترل مانور و ارتعاشات فضاپیمای انعطاف‌پذیر با الگوریتم کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین و ورودی کوانتیده

میلاد عظیمی[آ*] و محمد حسین نعمتی[ب]

[آ]ایران، تهران، شهرک غرب، خیابان مهستان، خیابان هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱، استادیار.*

[ب]ایران، تهران، شهرک غرب، خیابان مهستان، خیابان هوافضا، پژوهشگاه هوافضا، ۱۴۶۵۷۷۴۱۱۱، دانشجوی دکترا.

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: *azimi.m@ari.ac.ir**

چکیده

در این مقاله الگوریتم مود لغزشی ترمینال غیرتکین کوانتیده همزمان با الگوریتم فیدبک نرخ کرنش برای کنترل همزمان مانور و ارتعاشات فضاپیمای انعطاف‌پذیر توسعه داده شده است. قانون کنترل مانور ترمینال غیرتکین پیشنهادی، فرامین پیوسته کنترلی را تولید و سپس به کمک کوانتایزر طراحی شده سیگنال‌های کوانتیده کنترلی را برای کاهش پدیده چترینگ ارائه می‌دهد. مسئله تکینگی، با پیاده‌سازی الگوریتم مود لغزشی ترمینال غیر تکین نیز رفع شده است. همچنین قانون کنترل پیشنهادی فارغ از اثرات نامعینی‌ها، دینامیک کوپل صلب-انعطاف‌پذیر و اغتشاشات خارجی، حرکت بر روی سطح لغزش را با دقت‌های بالا برای فضاپیما در زمان محدود تضمین می‌کند. الگوریتم فیدبک نرخ کرنش با بکارگیری حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک نیز در تمام مدت زمان مانور فعال بوده تا ارتعاشات باقی مانده سیستم را کاهش دهد. پایداری کلی سیستم با به کارگیری تئوری لیاپانوف اثبات شده است. یکی از ویژگی‌های اساسی الگوریتم کنترل مانور پیشنهادی، همگرایی سریع‌تر نسبت به الگوریتم‌های رایج می‌باشد. شبیه‌سازی‌ها در قالب یک مطالعه مقایسه‌ای برای مانور با زاویه بزرگ، بیانگر مزیت الگوریتم پیشنهادی از منظر عدم تحریک مودهای فرکانس بالای بخش‌های انعطاف‌پذیر، دقت، سرعت همگرایی، کاهش چترینگ و تلاش کنترلی می‌باشد.

کلمات کلیدی: فضاپیمای انعطاف‌پذیر، کنترل ارتعاشات، ورودی کوانتیده، کنترل مود لغزشی

۱- مقدمه

فضاپیماهای مدرن امروزی اغلب مجهز به وصله های انعطاف‌پذیری مانند پنل‌های خورشیدی، آنتن‌های مخابراتی، بوم‌های گرادیان جاذبه و غیره می‌باشند که صلبیت فضاپیما را کاهش داده و منجر به افزایش انعطاف‌پذیری آن‌ها می‌شود [۱]. مانورهای بدنه صلب فضاپیماها می‌تواند منجر به تحریک ارتعاشات این وصله‌های انعطاف‌پذیر شده که نهایتاً دقت ماموریت‌های آن‌ها را متأثر می‌سازد. همچنین اثرات کوپلینگ دینامیکی این وصله‌های انعطاف‌پذیر با بدنه صلب منجر به افزایش درجه غیرخطی بودن سیستم شده که مسئله کنترل و

ردگیری در فضاپیماها را چالش برانگیز می‌کند [۲]. از طرفی فرض نادیده گرفتن انعطاف‌پذیری در مدل دینامیکی آن‌ها می‌تواند طراحی و ساخت سیستم‌های نیازمند عملکرد دقیق را دچار مشکل سازد [۳]. بنابراین طراحی کنترل‌کننده‌های مقاوم برای کنترل همزمان بخش‌های صلب و انعطاف‌پذیر علاوه بر اهمیت بالا چالش دیگر در این حوزه محسوب می‌شود. از جمله رویکردهای موجود با سرعت و دقت بالا برای این مسئله استفاده از الگوریتم‌هایی مانند روش‌های حذف اغتشاشات فعال [۴] الگوریتم‌های تطبیقی [۵] کنترل مود لغزشی [۶] و کنترل زمان محدود [۷] پیشنهاد شده‌اند.

در این مقاله به ارائه الگوریتم کنترل مقاوم دو بخشی متشکل از کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین کوانتیده برای کنترل همزمان مانور و ارتعاشات پنل‌های انعطاف‌پذیر پرداخته شده است. به طوریکه در آن این الگوریتم منجر به حفظ پایداری و افزایش سرعت همگرایی سیستم شده و تئوری کوانتیزاسیون مسئله چترینگ را بدون تاثیر بر پارامترهای عملکرد سیستم مرتفع ساخته است. همچنین برای کاهش ارتعاشات، الگوریتم فیدبک نرخ کرنشی طراحی شده است که به طور همزمان با کنترل مانور در تمام طول ماموریت فعال است. قابل ذکر است ارائه رویکرد ترکیبی مود لغزشی ترمینال غیرتکین کوانتیده برای حفظ عملکرد از منظر قوام در برابر اغتشاشات خارجی، نامعینی‌ها و دینامیک ناشی از ارتعاشات سازه‌ای، همگرایی زمان محدود بدون چترینگ و به تبع آن کاهش تحریک مودهای انعطاف‌پذیر یک سیستم با دینامیک کاملا کوپل و غیرخطی از جمله موارد بدیع در این مقاله به شمار می‌رود.

۲- دینامیک و سینماتیک فضاپیمای انعطاف‌پذیر

معادلات حرکت فضاپیمای انعطاف‌پذیر را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_{RR}\dot{\boldsymbol{\omega}}+\mathbf{C}_{RR}\boldsymbol{\omega}+\mathbf{M}_{RF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k+\mathbf{C}_{RF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k&=\mathbf{D}\mathbf{u}+\mathbf{d}\\ \mathbf{M}_{FR}\dot{\boldsymbol{\omega}}+\mathbf{M}_{FF}\ddot{\boldsymbol{\eta}}_k+\mathbf{C}_{FR}\boldsymbol{\omega}+\mathbf{C}_{FF}\dot{\boldsymbol{\eta}}_k+\mathbf{K}_{FF}\boldsymbol{\eta}_k&=-\mathbf{P}g\mathbf{A}_P^a-\mathbf{d}_e\end{aligned}\quad (۱)$$

که در آن $\boldsymbol{\omega}\in\mathbb{R}^{3\times1}$ سرعت زاویه‌ای، $\mathbf{u}\in\mathbb{R}^{3\times1}$ گشتاور کنترلی، $\mathbf{D}\in\mathbb{R}^{3\times3}$ ماتریس توزیع عملگر و $\mathbf{d}\in\mathbb{R}^{3\times1}$ اغتشاشات خارجی پارامترهای وابسته به جسم صلب هستند. همچنین، پارامتر $\mathbf{d}_e\in\mathbb{R}^{3\times1}$ اغتشاشات خارجی ناشی از جسم انعطاف‌پذیر، g بهره تقویتی و $\{\boldsymbol{\eta}_k\}=[\eta_1\ \eta_2\ \dots\ \eta_n]$ kامین مختصات تعمیم یافته وصله‌های انعطاف‌پذیر می‌باشند. ماتریس‌های جرم، میرایی و سختی به ترتیب با ماتریس‌های $\mathbf{M}$، $\mathbf{C}$ و $\mathbf{K}$ نمایش داده شده است. پارامترهای $\mathbf{A}$، $\mathbf{N}$ و $\mathbf{P}$ پارامترهای وابسته به وصله‌های حسگر/عملگر و $\mathbf{A}_P^s$ و $\mathbf{A}_P^a$ ولتاژهای پیزوالکتریک می‌باشند. زیرنویس R و F نشان‌دهنده دینامیک جسم صلب و جسم انعطاف‌پذیر است، درحالیکه a و s نشان‌دهنده حسگر و عملگر می‌باشد. سینماتیک وضعیت توسط کواترنیون‌ها به صورت زیر ارائه می‌شود:

$$\begin{bmatrix}\dot{q}_0\\ \dot{\mathbf{q}}\end{bmatrix}=1/2\ell^T(q_0,\mathbf{q})\boldsymbol{\omega}\,. \quad (۲)$$

که در آن $q_2=\cos(\phi/2)$ و $\mathbf{q}=[q_1,q_2,q_3]^T=\boldsymbol{\chi}\sin(\phi/2)$ مشمول محدودیت $q_0^2+\mathbf{q}^T\mathbf{q}=1$ هستند. در اینجا ϕ زاویه چرخش حول محور اویلر را نشان می‌دهد که با بردار واحد $\boldsymbol{\chi}$ و $\ell(q_0,\mathbf{q})=[-\mathbf{q},q_0I-\tilde{\mathbf{q}}]$ با $\tilde{\mathbf{q}}$ تعیین می‌شود:

$$\tilde{\mathbf{q}}=\begin{pmatrix}0&-q_3&q_2\\ q_3&0&-q_1\\ -q_2&q_1&0\end{pmatrix}. \quad (۳)$$

۳- طراحی کنترلرهای مانور و ارتعاشات

در این بخش به طراحی کنترل مانور و ارتعاشات پرداخته شده است. در کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین، هدف، اطمینان از همگرایی زمان محدود و در عین‌حال اجتناب از تکینگی‌هایی است که در کنترل مود لغزشی ترمینال رایج رخ می‌دهد.

۳-۱ کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین

سطح لغزش به صورت زیر تعریف شده است:

$$\mathbf{S} = \mathbf{C}_1\mathbf{q}_{ev} + \mathbf{C}_2 sgn^{\alpha 1}(\mathbf{q}_{ev}) + sgn^{\alpha 2}(\dot{\mathbf{q}}_{ev}) . \qquad (۴)$$

که در آن $\mathbf{C}_1 = diag\,[C_{11}, C_{12}, C_{13}]$ و $\mathbf{C}_2 = diag\,[C_{21}, C_{22}, C_{23}]$ ماتریس‌های قطری ضرایب، α_1 و α_2 ثابت‌های مثبت ؛ $\alpha_1 > \alpha_2$ و $1 < \alpha_2 < 2$ و $\mathbf{q} = [q_0, \mathbf{q}_v]^T$ با $\mathbf{q}_v = [q_1, q_2, q_3]^T$ مبین وضعیت فضاپیما، $\mathbf{I}_3$ نشان‌دهنده ماتریس واحد و $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ سرعت زاویه‌ای است. همچنین $\mathbf{q} = [q_{e0}, \mathbf{q}_{ev}]^T$ و $\boldsymbol{\omega}_e$ نیز به ترتیب نشان‌دهنده خطای ردیابی وضعیت و خطای سرعت زاویه‌ای هستند و $\mathbf{q}_{dv} = [q_{d1}, q_{d2}, q_{d3}]^T$. در نتیجه، داریم:

$$q_{e0} = \mathbf{q}_{dv}^{\ T}\mathbf{q}_v + q_0 q_{d0} ,\ \mathbf{q}_{ev} = q_{d0}\mathbf{q}_v - \mathbf{q}_{dv}^{\ T}\mathbf{q}_v - q_0\mathbf{q}_{dv} ,\ \boldsymbol{\omega}_e = \boldsymbol{\omega} - \mathbf{C}\boldsymbol{\omega}_d \qquad (۵)$$

که در آن $\mathbf{q} = [q_{d0}, \mathbf{q}_{dv}]^T$ و $\boldsymbol{\omega}_d = [\omega_{d1}, \omega_{d2}, \omega_{d3}]^T$ به ترتیب نشان دهنده وضعیت و سرعت زاویه‌ای مطلوب و همچنین داریم: $\mathbf{C} = \frac{1}{2}(q_{e0}^{\ 2} - \mathbf{q}_{ev}^{\ T}\mathbf{q}_{ev})\mathbf{I}_{3\times 3} + 2\mathbf{q}_{ev}\mathbf{q}_{ev}^{\ T} - 2q_{e0}\mathbf{q}_{ev}^{\ X}$

$$\mathbf{q}_{ev}^{\ X} = \begin{pmatrix} 0 & -q_{ev3} & q_{ev2} \\ q_{ev3} & 0 & -q_{ev1} \\ -q_{ev2} & q_{ev1} & 0 \end{pmatrix},\quad \mathbf{P}_e = q_{e0}\mathbf{I}_3 + \mathbf{q}_{ev}^{\ X} ,\ \dot{\mathbf{q}}_{ev} = \frac{1}{2}\mathbf{P}_e\boldsymbol{\omega}_e \qquad (۶)$$

با مشتق‌گیری از سطح لغزش داریم:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{s}} &= c_1\dot{\mathbf{q}}_{ev} + \lambda_1\dot{\mathbf{q}}_{ev} + \lambda_2\ddot{\mathbf{q}}_{ev} = (c_1+\lambda_1)\dot{\mathbf{q}}_{ev} + \lambda_2\ddot{\mathbf{q}}_{ev} \\ &= (c_1+\lambda_1)\dot{\mathbf{q}}_{ev} - \frac{1}{4}\lambda_2\mathbf{q}_{ev}\boldsymbol{\omega}_e^{\ T}\boldsymbol{\omega}_e + \frac{1}{2}\lambda_2\mathbf{P}_e\mathbf{M}_{RR}^{-1}(-\mathbf{C}_{RR}\boldsymbol{\omega}_e + \mathbf{U}_R + \bar{\mathbf{T}}_d) . \end{aligned} \qquad (۷)$$

با لحاظ دینامیک سیستم (معادله ۱)، قانون کنترل تناسبی سیستم عبارتست از:

$$\mathbf{u}_{eq} = \frac{-2\mathbf{P}_e^{\ -1}\mathbf{M}_{RR}}{\lambda_2}[(c_1+\lambda_1)\dot{\mathbf{q}}_{ev} - \frac{1}{4}\lambda_2\mathbf{q}_{ev}\boldsymbol{\omega}_e^{\ T}\boldsymbol{\omega}_e] + \mathbf{C}_{RR}\boldsymbol{\omega}_e . \qquad (۸)$$

قانون کنترل تضمین می‌کند که حالات اولیه سیستم در زمان محدود و به صورت مقاوم در برابر اغتشاشات خارجی و عدم قطعیت‌های سیستم به حالات مطلوب همگرا می‌شود.

لم ۱: اگر شرایط لغزشی $\mathbf{S}^T\dot{\mathbf{S}} < 0$ تحت کنترلر طراحی شده مناسب برآورده شود، می‌توان مانور مورد نظر را تحقق بخشید، یعنی سیگنال $\mathbf{q}$ به صفر همگرا می‌شود:

$$\mathbf{U}_R = \mathbf{u}_{eq} - \mathbf{K}_s\mathbf{S} - \mathbf{D}_1 sgn(\mathbf{S}) . \qquad (۹)$$

$$V = \mathbf{S}^T\mathbf{M}_{RR}\mathbf{S} \ \Rightarrow\ \dot{V} = \mathbf{S}^T\mathbf{M}_{RR}\dot{\mathbf{S}} . \qquad (۱۰)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{S}^T\left(\frac{-2\mathbf{P}_e^{\ -1}\mathbf{M}_{RR}}{\lambda_2}[(c_1+\lambda_1)\dot{\mathbf{q}}_{ev} - \frac{1}{4}\lambda_2\mathbf{q}_{ev}\boldsymbol{\omega}_e^{\ T}\boldsymbol{\omega}_e] - \mathbf{C}_{RR}\boldsymbol{\omega}_e + \mathbf{U}_R + \bar{\mathbf{T}}_d\right) \\ &= \mathbf{S}^T(-\mathbf{K}_s - \mathbf{D}_1 sgn(\mathbf{S}) + \bar{\mathbf{T}}_d) \end{aligned} . \qquad (۱۱)$$

که در آن $\bar{\mathbf{T}}_d$ به عنوان مجموع اغتشاشات سیستم، $\mathbf{U}_R$ ورودی کنترل می‌باشند. ماتریس‌های $\mathbf{D}_1$ و $\mathbf{K}_s$ ماتریس‌های متقارن مثبت معین هستند و $\mathbf{D}_1 > \|\bar{\mathbf{T}}_d\|$ است [10]. با اعمال شرایط زیر:

$$|\mathbf{T}_{d_i}| \le \mathbf{d}_{\max} < \mathbf{u}_{\max} \quad \forall \quad t > 0,\quad i = 1,2,3,\cdots . \qquad (۱۲)$$

شرایط لغزش در معادله (۱۱) برآورده می‌شود:

$$\dot{V} = \mathbf{S}^T \mathbf{M}_{RR} \dot{\mathbf{S}} = \mathbf{S}^T (-\mathbf{K}_s - \mathbf{D}_1 sgn(\mathbf{S}) + \bar{\mathbf{T}}_d) < 0. \quad (۱۳)$$

۲-۳ کوانتایزر هیسترزیس

در فضاپیماها، سیگنال‌های کنترلی اغلب برای کاهش حجم داده‌های ارسالی به دلیل کنترل‌کننده‌های دیجیتال و پهنای باند ارتباطی محدود، کوانتیزه می‌شوند. این بدان معناست که ورودی‌های کنترل نمی‌توانند مقادیر پیوسته بگیرند، در عوض به سطوح گسسته نگاشت می‌شوند و یک خطای کوانتیزاسیون ایجاد می‌کنند. یکی از روش‌های کاهش اثرات نامطلوب کوانتیدگی، مانند لرزش، استفاده از «کوانتایزر هیسترزیس» است. برخلاف کوانتایزرهای یکنواخت که در سطوح ثابت تغییر می‌کنند، کوانتایزرهای هیسترزیس محدوده‌ای ایجاد می‌کنند که در آن سیگنال کنترلی ثابت می‌ماند و این امر باعث کاهش فرکانس تغییرات و چترینگ می‌شود. با توجه موارد مذکور، کوانتایزر هیسترزیس برای تعیین کمیت سیگنال کنترلی در این مقاله استفاده شده است که می‌تواند به صورت $u_c = Q(u)$ نشان داده شود. تابع کوانتایزر هیسترزیس به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Q(u(t)) = \begin{cases} \mu_i \,\mathrm{sgn}(u_i) & \begin{cases} \dfrac{\mu_i}{1+\chi} < |u_i| \le \mu_i, \dot{u}_i < 0 \\ \mu_i < |u_i| \le \dfrac{\mu_i}{1-\chi}, \dot{u}_i > 0 \end{cases} \\ \mu_i (1+\chi)\,\mathrm{sgn}(u_i) & \begin{cases} \mu_i < |u_i| \le \dfrac{\mu_i}{1-\chi}, & \dot{u}_i < 0 \\ \dfrac{\mu_i}{1-\chi} < |u_i| \le \dfrac{\mu_i (1+\chi)}{1-\chi}, & \dot{u}_i > 0 \end{cases} \\ 0 & \begin{cases} 0 \le |u_i| < \dfrac{\mu_{\min}}{1+\chi}, & \dot{u}_i < 0 \\ \dfrac{\mu_{\min}}{1+\chi} < |u_i| \le \mu_{\min}, & \dot{u}_i < 0 \end{cases} \\ Q(u_i(t^-)) & \dot{u}_i = 0 \end{cases}. \quad (۱۴)$$

که در آن χ به صورت $\chi = \dfrac{1-\alpha}{1+\alpha}$ و $\mu_i = \alpha^{1-i} \mu_{\min}$ به ازاء $i=1,2,3,\ldots$ تعریف می‌شود. با این فرض که پارامترهای اصلی کوانتایزر هیسترزیس یعنی $\mu_{\min} > 0$ و $0 < \alpha < 1$ هستند. همچنین $\mu_{\min}$ اندازه ناحیه مرده کوانتایزر یا همان اندازه گام کوانتیدگی و α نشان‌دهنده اندازه چگالی کوانتیدگی است. به منظور جبران خطای کوانتیزاسیون، خروجی کوانتایزر هیسترزیس را می‌توان به یک قسمت خطی و یک قسمت غیرخطی تجزیه کرد [۸]:

$$Q(u(t)) = U_R + \bar{T}_d. \quad (۱۵)$$

که در آن $\bar{T}_d = Q(u(t)) - U_R$ می‌باشد.

لم ۲: غیرخطی بودن $\bar{T}_d$ نابرابری زیر را برآورده می‌کند:

$$|\bar{T}_d| \le \chi |u(t)| + \mu_{\min}. \quad (۱۶)$$

اثبات: برای $u(t) \ge \mu_{\min}$ داریم:

$$(1-\chi)u(t) \le Q(u(t)) \le (1+\chi)u(t). \quad (۱۷)$$

$$u(t) - \chi u(t) \le Q(u(t)) \le u(t) + \chi u(t). \quad (۱۸)$$

$$\xrightarrow{-u(t)} \quad -\chi u(t) \le Q(u(t)) - u(t) \le \chi u(t) \quad \equiv \quad |Q(u(t)) - u(t)| \le \chi u(t). \quad (۱۹)$$

همچنین برای $u(t) \le -\mu_{\min}$ داریم:

$$(1+\chi)u(t) \le Q(u(t)) \le (1-\chi)u(t)\,. \tag{۲۰}$$

$$u(t)+\chi u(t) \le Q(u(t)) \le u(t)-\chi u(t)\,. \tag{۲۱}$$

$$\xrightarrow{-u(t)} \quad \chi u(t) \le Q(u(t))-u(t) \le -\chi u(t) \quad \equiv \quad |Q(u(t))-u(t)| \le -\chi u(t)\,. \tag{۲۲}$$

با استفاده از معادلات (۱۹) و (۲۲) و ادغام آن‌ها برای $|u(t)| \ge \mu_{\min}$ داریم:

$$|Q(u(t))-u(t)| \le \chi\,|u(t)|\,. \tag{۲۳}$$

$$|\bar{T}_d| \le \chi\,|u(t)| \quad \forall \quad |u(t)| \ge \mu_{\min}\,. \tag{۲۴}$$

همچنین برای $u(t) \le \mu_{\min}$، از تعریف معادله (۱۶) $Q(u(t))=0$، بنابراین، ویژگی زیر به طور مستقیم مشتق می‌شود:

$$|\bar{T}_d| \le \mu_{\min} \quad \forall \quad |u(t)| \le \mu_{\min}\,. \tag{۲۵}$$

با استفاده از معادلات (۲۴) و (۲۵)، برای $t \ge 0$ خواهیم داشت:

$$|\bar{T}_d| \le \chi\,|u(t)| + \mu_{\min}\,. \tag{۲۶}$$

از لم ۱، به صورت مستقیم داریم:

$$\|\bar{T}_d\| \le \chi\,\|u(t)\| + 3\mu_{\min}\,. \tag{۲۷}$$

که در آن $\|.\|$ بیانگر نرم-۱ بردار $\bar{T}_d = [\bar{T}_{d1}, \bar{T}_{d2}, \bar{T}_{d3}]^T$ می‌باشد، بنابراین:

$$\bar{T}_d = Q(u(t)) - U_R\,. \tag{۲۸}$$

کوانتایزر هیسترزیس تضمین می‌کند که ورودی کنترلی تغییر نمی‌کند، مگر این که تفاوت بین مقادیر کوانتیده فعلی و قبلی از آستانه $\mu_{\min}$ بیشتر شود. این امر از تغییرات سریع جلوگیری کرده و چترینگ و لرزش را کاهش می‌دهد [9].

۳-۳ کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین کوانتیده (QNTSMC)

در کنترل مود لغزشی ترمینال کوانتیزه شده الگوریتم کنترل مود لغزشی ترمینال غیر تکین، قانون کنترل باید اثرات کوانتیزاسیون را در نظر بگیرد و در عین حال مزایای کنترل مود لغزشی غیرتکین را حفظ کند. باید به این نکته توجه داشت، به دلیل آنکه گرد شدن **u** به نزدیکترین سطح گسسته خطای کوانتیدگی ایجاد می‌شود، سیستم باید به اندازه کافی مقاوم باشد تا بتواند این خطا را بدون تأثیر بر پایداری، کنترل کند. با اصلاح قانون کنترل NTSMC، اطمینان حاصل می‌شود که سیستم می‌تواند معادله خطای کوانتیزاسیون را تحمل کند. قانون کنترل اصلاح شده عبارت است از:

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}(u(t)) &= \mathbf{u} + \mathbf{e}_q = \mathbf{U}_R + \bar{\mathbf{T}}_d \\ &= \mathbf{u}_{eq} - \mathbf{K}_s\mathbf{S} - \mathbf{D}_1 sgn(\mathbf{S}) + \bar{\mathbf{T}}_d\end{aligned}\,. \tag{۲۹}$$

پایداری QNTSMC با استفاده از تئوری پایداری لیاپانوف نشان داده شده است. ایده اصلی یک تابع لیاپانوف این است که اطمینان حاصل شود که انرژی سیستم در طول زمان کاهش می یابد و سیستم را به حالت مطلوب در زمان محدود هدایت می‌کند. تابع لیاپانوف و مشتق آن نسبت به زمان به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V = \mathbf{S}^T\mathbf{M}_{RR}\mathbf{S} \rightarrow \dot{V} = \mathbf{S}^T\mathbf{M}_{RR}\dot{\mathbf{S}}\,. \tag{۳۰}$$

و با توجه به محدود بودن $\bar{\mathbf{T}}_d$ طبق معادله (۲۶) و $\mathbf{D}_1 > \|\bar{\mathbf{T}}_d\|$ با جایگزینی قانون کنترلی در $\dot{\mathbf{S}}$ داریم:

$$\dot{V} = \mathbf{S}^T(-\mathbf{K}_s - \mathbf{D}_1 sgn(\mathbf{S}) + \bar{\mathbf{T}}_d) < 0. \qquad (۳۱)$$

۳-۳ کنترل فعال ارتعاشات

به منظور ایجاد مانورهای با دقت بالا، در این بخش به طراحی یک الگوریتم کنترل فعال ارتعاشات با استفاده از وصله‌های پیزوالکتریک پرداخته شده است. جریان خروجی حسگر پیزوالکتریک نرخ کرنش پنل‌های انعطاف‌پذیر را اندازه‌گیری می‌کند. این جریان با استفاده از یک تنظیم‌کننده سیگنال با بهره G_c به ولتاژ حسگر V_s تبدیل می‌شود و با ضریب بهره متناسب کنترلر به عملگرهای پیزوالکتریک اعمال می‌شود. ولتاژ خروجی حسگرهای پیزوالکتریک را می‌توان با رابطه زیر نمایش داد:

$$V_s(t) = G_c i(t) = G_c e_{31}\left(\frac{h_b}{2} + h_p\right) w_p \int_0^{L_p} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \mathbf{\Psi}_k(x)\dot{\mathbf{\eta}}_k(t)dx\,. \qquad (۳۲)$$

که در آن $i(t)$ جریان مدار $e_{31}(t)$ ثابت شارژ/تنش پیزوالکتریک است. نیروی کنترل نسبی f_{ctrl} تولید شده توسط عملگر که بر روی وصله‌ها اعمال می‌شود با استفاده از نظریه گشتاور خمشی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$f_{ctrl} = E_p d_{31}\hat{\omega}_p\left(\frac{h_b + h_p}{2}\right)\int_0^{L_p} \frac{\partial}{\partial x}\mathbf{\Psi}_k(x)dxV_a(t)\,. \qquad (۳۳)$$

که در آن $V_a(t)$ ولتاژ تولید شده توسط عملگرهای پیزوالکتریک و $\mathbf{\Psi}_k$ (k امین) توابع شکلی می‌باشند [۱۰].

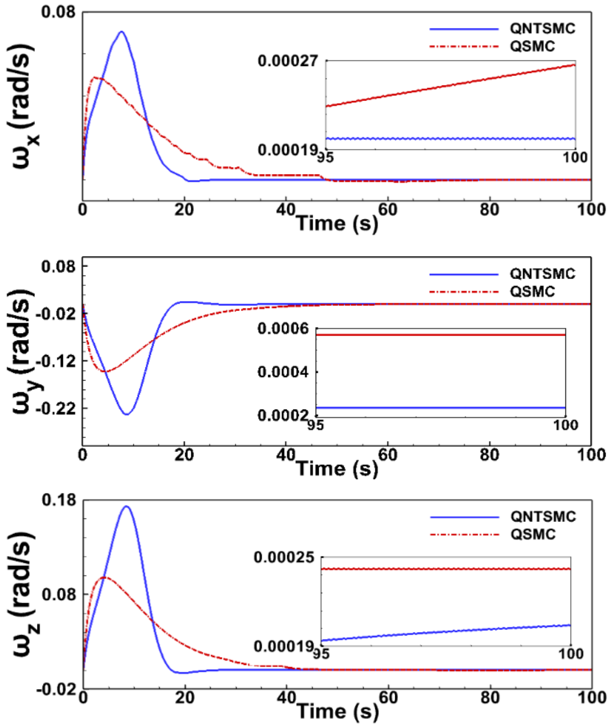
۴- شبیه سازی و تحلیل نتایج

برای پیاده‌سازی کنترلر پیشنهادی پارامترهای در نظر گرفته شده برای بدنه اصلی، پنل‌ها و حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک عبارتند از: چگالی $\rho = 2(kg/m)$، سفتی خمشی $EI = 35(Gpa)$، طول پنل $L = 2(m)$، عرض پنل $W = 0.3(m)$، اندازه هاب $a = 0.3(m)$، ممان اینرسی $I_x = 7.31(kg.m^2)$، $I_y = 13.44(kg.m^2)$ و $I_z = 11.72(kg.m^2)$ و مشخصات وصله‌های پیزوالکتریک: ثابت کرنش پیزواکتریک $d_{31} = 125\times10^{-12}(m/V)$، ثابت شارژ پیزوالکتریک $e_{31} = 10.5\times10^{-3}(Vm/N)$، چگالی $\rho_P = 0.096(kg/m)$، عرض $z_p = 0.0635(m)$، ضخامت $h_p = 1.905\times10^{-4}(m)$، طول $L_p = 0.0635(m)$ و ضریب گذردهی $\varepsilon_3^T = 1.5\times10^{-8}(F/m)$ در نظر گرفته شده است. اغتشاشات خارجی وارد شده بر بدنه صلب و پنل‌های انعطاف‌پذیر فضاپیما به ترتیب به صورت $\mathbf{d}_e = 0.04(\sin(0.07t))$ و $\mathbf{d} = 0.00075(\sin(10t))$ در نظر گرفته شده است.

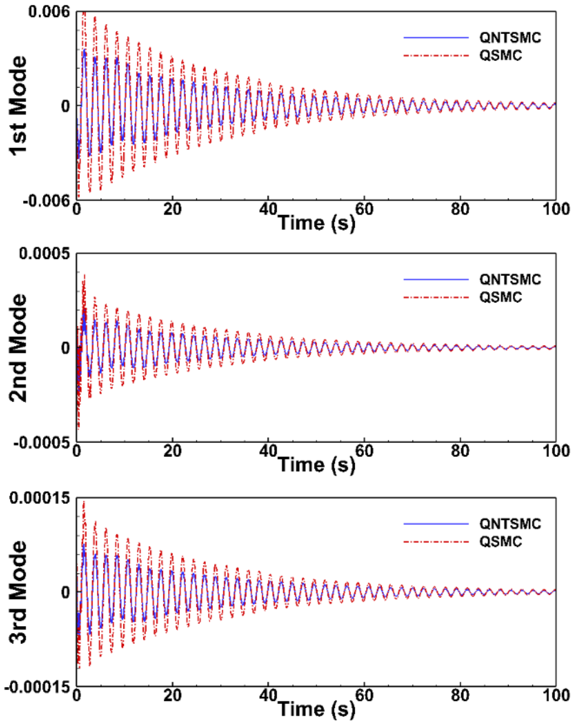
جدول۱. پارامترهای کنترلی

QSMC	QNFTSMC	پارامترهای کنترلی
—	3	α_1
—	1	α_2
—	0.05	γ
—	0.01	ε
—	$I_{3\times3}$	C_1
—	$I_{3\times3}$	C_2
0.8 $I_{3\times3}$	0.8 $I_{3\times3}$	D_1
10 $I_{3\times3}$	10 $I_{3\times3}$	K_S
0.5 $I_{3\times3}$	—	K_p
0.0001 $I_{3\times3}$	—	K_i

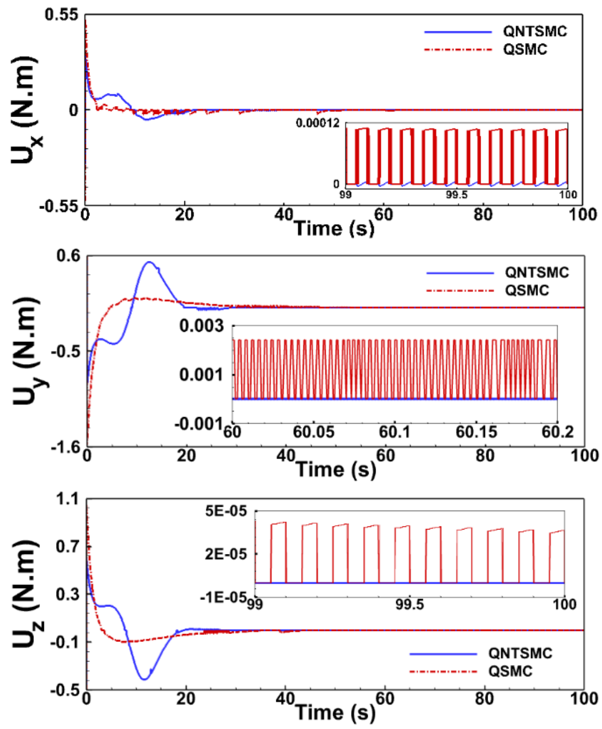
پارامترهای در نظر گرفته شده برای طراحی کنترلر در شبیه‌سازی‌ها شرایط اولیه وضعیت $\boldsymbol{\omega}=[0,0,0]^T$ و $q(t_0)=[0.174;-0.263;0.789;-0.526]$ تنظیم شده و سه مود اول ارتعاش $k=3$ برای گسسته‌سازی حوزه الاستیک در نظر گرفته شده است. همچنین برای اعمال گشتاور کنترلی، محدودیت در نظر گرفته شده است. در طراحی کوانتایزر اندازه ناحیه مرده کوانتایزر $\mu_{\min}=0.025$ و اندازه چگالی کوانتیدگی $\alpha=0.8$ فرض شده است. پارامترهای الگوریتم کنترلی مود لغزشی ترمینال غیرتکین کوانتیده و کنترلی مود لغزشی کوانتیده مطابق جدول (۱) است.



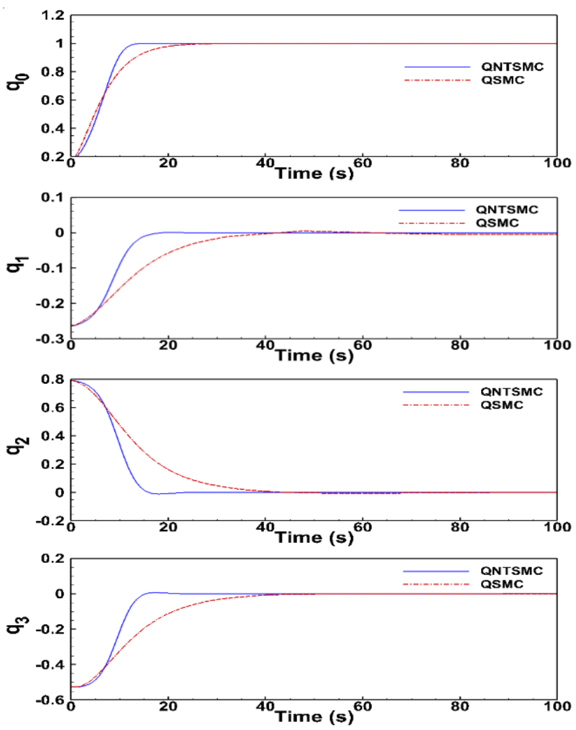
شکل (۱–الف) تاریخچه زمانی سرعت زاویه‌ای



شکل (۱–ب) تاریخچه زمانی سه مود اول ارتعاشی



شکل (۲–الف) تاریخچه زمانی گشتاور کنترلی کوانتیده



شکل (۲–ب) تاریخچه زمانی کواترنیون‌ها

همانطور که مشاهده می‌شود، حالت‌های سیستم بر اساس سرعت‌های زاویه‌ای و سه مود اول ارتعاشی به ترتیب در شکل‌های (۱-الف) و (۱-ب) نشان داده شده است. در هر دو شکل سرعت همگرایی حالت‌های سیستم به مقدار مطلوب افزایش داشته است و همچنین به علت استفاده از کنترلر مود لغزشی ترمینال غیرتکین کوانتیده دامنه تغییرات سه مود اول ارتعاشی به طور قابل توجهی کاهش یافته است. در شکل (۲-الف) رفتار گشتاور کنترلی الگوریتم مود لغزشی ترمینال غیرتکین کوانتیده نسبت به رویکرد مود لغزشی کوانتیده ساده نشان داده شده است که به خوبی چترینگ را حذف کرده، از تلاش کنترلی غیر ضروری جلوگیری کرده و ارتعاشات شدیدی را به هنگام وقوع اولین خطا تجربه می‌کند. قابل ذکر است، کنترلر پیشنهادی می‌تواند به سرعت از این شرایط جلوگیری کند. شکل (۲-ب) نیز که مبین وضعیت فضاپیما به کمک کواترنیون‌ها است، بیانگر بهبود سرعت در رسیدن به وضعیت مطلوب می‌باشد.

۵- نتیجه‌گیری

با توجه به وجود چترینگ در ساختار کنترلرهای پیشرفته‌ای مانند کنترل مود لغزشی، مأموریت‌های فضایی که از این نوع کنترلرها استفاده می‌کنند را دچار چالش می‌کند. استفاده از کوانتایزرها به عنوان یه رویکرد نوین می‌تواند نقش مهمی در حذف این عامل ایفا کند. کنترل مود لغزشی ترمینال غیرتکین کوانتیده یک راهبرد کنترل مقاوم جهت حذف پدیده چترینگ و به تبع آن کاهش پیامدهای ناشی از آن (تحریک مودهای با فرکانس بالای سیستم)،می‌باشد. در این مقاله با بکارگیری همزمان الگوریتم کنترل مود لغزش ترمینال غیرتکین و الگوریتم فیدبک نرخ کرنش با استفاده از حسگر/عملگرهای پیزوالکتریک، از یک ساختار هیبرید برای کنترل همزمان مانور و ارتعاشات در زمان محدود بهره برده شده است. طراحی کوانتایزر هیسترزیس در ساختار کنترلر، تضمین می‌کند که علیرغم ماهیت گسسته سیگنال‌های کنترلی، سیستم نه تنها پایدار می‌ماند بلکه چترینگ را به شکل قابل توجهی کاهش داده و الگوریتم پیشنهادی را به یک راه حل مناسب برای سیستم‌های با دینامیک کاملا کوپل صلب-انعطاف‌پذیر در شرایط واقعی تبدیل می‌کند.

مراجع

۱. Z.C. C. Zhong, and Y. Guo, "Attitude control for flexible spacecraft with disturbance rejection", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems* 53, 101-110, (2017).
2. M. Azimi and E. F. Joubaneh, "Dynamic modeling and vibration control of a coupled rigid-flexible high-order structural system: A comparative study", *Aerospace Science and Technology* 102, (2020).
3. A. Souza and L. Souza, "Design of a controller for a rigid-flexible satellite using the H-infinity method considering the parametric uncertainty," *Mechanical Systems and Signal Processing* 116, 641-650, (2019).
4. M.A.-S. R. Fareh, M. Bettayeb, and J.Ghommam, "Robust active disturbance rejection control for flexible link manipulator," *Robotica* 38, 118-135, (2020).
5. Q. Yao, "Adaptive fuzzy neural network control for a space manipulator in the presence of output constraints and input nonlinearities," *Advances in Space Research* 67, 1830-1843, (2021).
6. T.S. Z. Xie, T. Kwan, and X. Wu, "Motion control of a space manipulator using fuzzy sliding mode control with reinforcement learning," *Acta Astronautica* 176, 156-172, (2020).
7. Q.Z. X. Zhang, L. Dou, B. Tian, and W. Liu,, "Finite-time attitude maneuvering and vibration suppression of flexible spacecraft", *Journal of the Franklin Institute* 357, 11604-11628, (2019).
8. Q.L. Ming Liu, Chengfei Yue, Huayi Li, "Prescribed performance fault-tolerant attitude control for flexible spacecraft under limited communication network", *IET Control Theory & Applications* 17, 1566–1577, (2023).
9. B. Wu, "Spacecraft Attitude Control with Input Quantization", *JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL, AND DYNAMICS*, (2016).
10 T.C.M. B. Bandyopadhyay, and M. Umapathy, ", Modeling, control and implementation of smart structures: a FEM-state space approach", *Springer*, (2007).