



# ISAV2024

چهاردهمین کنفرانس بین المللی آکوستیک و ارتعاشات  
۲۱ و ۲۲ آذر ماه ۱۴۰۳ کرج - ایران



## ارزیابی اثر مقاومت الکتریکی خارجی بر کارایی تیر کامپوزیتی برداشت کننده انرژی ارتعاشی با لایه فیلم نانوپیزوالکتریک سلولزی

محمدجواد زینل بیک<sup>ا</sup>، روحاله حسینی<sup>ب\*</sup>، پویا سروی<sup>ا</sup>، علی اصغر مهدی زاده سولاً

<sup>ا</sup> ایران، تهران، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، دانشکده فنی و مهندسی، دانشجوی دکتری رشته مهندسی مکانیک

<sup>ب</sup> ایران، تهران، دانشگاه امام حسین(ع)، دانشکده فنی و مهندسی، دانشیار گروه مهندسی مکانیک

\*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: [R.Hosseini.mech@gmail.com](mailto:R.Hosseini.mech@gmail.com)

### چکیده

هم اکنون برداشت انرژی ارتعاشی با ماده پیزوالکتریک می تواند بیش از ۳۰۰ میکرووات بر سانتیمتر مربع توان تولید کند و این امر موجب شده تا این روش، به یکی از روش های مناسب برداشت انرژی برای تأمین توان وسایل الکترونیکی با توان کم مطرح گردد. استفاده از مواد و تکنولوژی جدید در ساخت برداشت کننده های انرژی می تواند مشکلات موجود در سازه های فعلی را تا حد زیادی رفع نماید. در این کار به کمک مواد پیزوپلیمری EAPap که فیلم نازکی از سلولز می باشند، تیرهای یکسردرگیر برداشت کننده انرژی ساخته شده و سپس به تیرهایی با عرض کوچکتر و یکسان تقسیم گردیده اند. سپس با تغییر مقاومت الکتریکی خارجی به بررسی اثر آن بر روی ولتاژ خروجی و جریان پرداخته شده است. مشاهده می شود که با افزایش مقاومت الکتریکی خارجی ولتاژ خروجی افزایش و جریان کاهش یافته است. همچنین با محاسبه اثر این دو پارامتر بر روی توان خروجی در یک بازه، مقاومت بهینه انتخاب شده است.

**کلمات کلیدی:** برداشت انرژی ارتعاشی؛ پیزوالکتریک؛ مقاومت الکتریکی خارجی؛ تیر کامپوزیتی.

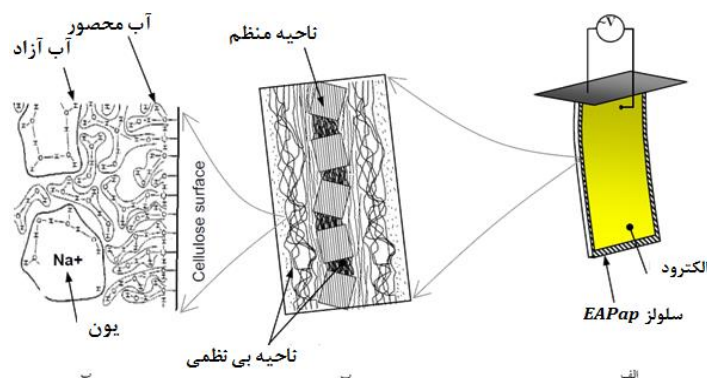
### ۱- مقدمه

توسعه و گسترش تکنولوژی علاوه بر مزایای بسیار زیادی که بر زندگی بشری داشته است، چالش هایی نیز ایجاد نموده است. با گسترش تکنولوژی، افزایش میزان مصرف انرژی امری غیر قابل اجتناب بوده و امروزه یکی از چالش ها و دغدغه های بسیار مهم در سطح بین المللی تأمین انرژی می باشد. هزینه ها و پیامدهای منفی که برخی روش های تولید انرژی به همراه داشته است سبب شده است تا جامعه جهانی به سمت تولید انرژی هایی با هزینه و پیامدهای منفی کمتر متمایل شود. یکی از روش هایی که با اقبال خوبی مواجه شده است، روش برآشت یا مهار انرژی های موجود در محیط اطراف می باشد که امکان تأمین انرژی مورد نیاز برای برخی از

دستگاه‌ها با توان مصرفی پایین نظیر سنسورها را داشته باشد. چرا که هزینه‌های استفاده از باتری‌های قدیمی برای این دستگاه‌ها به دلایلی نظیر هزینه باتری، عدم امکان دسترسی به محل تعویض باتری و ... نسبتاً بالا می‌باشد. در زمینه برداشت انرژی ارتعاشی روش‌های مختلفی استفاده می‌شود که روش‌های الکترواستاتیک، الکترومغناطیس و استفاده از مواد پیزوالکتریسیته از روش‌های متداول مورد استفاده می‌باشد [۳-۱].

عملکرد تجهیزات برداشت انرژی به نوع مواد به کار رفته در آن‌ها وابسته می‌باشد. از مزایای برداشت‌کننده‌های انرژی پیزوالکتریک می‌توان به ساختار مکانیکی ساده، دوستانه محیط زیست بودن، قابلیت حمل و نقل ساده، امکان استفاده در قالب اجزای پوشیدنی، عدم نیاز به منبع تغذیه بیرونی، قابلیت هماهنگ شدن با ساختارهای میمز، چگالی توان خروجی بالا نسبت به سایر روش‌های برداشت انرژی، هزینه ساخت نسبتاً پایین و قابلیت زیاد کوچک‌سازی به منظور برداشت انرژی اشاره نمود [۴]. به همین دلیل برداشت‌کننده‌های انرژی پیزوالکتریک کاربرد بیشتری داشته و به صورت گسترده‌تر مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲]. در زمینه برداشت انرژی از مواد پیزوالکتریک تحقیقات زیادی انجام شده است [۵-۸]، [۹-۱۴]. انعطاف بیشتر سبب شده است که مواد پیزوپلیمری نسبت به سایر مواد پیزوالکتریک بیشتر رواج داشته باشد. این انعطاف سبب می‌شود تا بتوان به خوبی از این مواد در برداشت‌کننده‌های انرژی استفاده نمود. در میان مواد پیزوپلیمری، به تازگی موادی به نام کاغذهای الکترو-اکتیو<sup>۱</sup> (EAPap) ساخته شده است. این مواد خاصیت پیزوالکتریسیته داشته و بر اساس سلولز ساخته شده است و قابلیت استفاده به منظور برداشت انرژی را دارا می‌باشند. هندسه‌ی رایجی که در برداشت‌کننده‌های انرژی ارتعاشی مورد استفاده قرار می‌گیرد، هندسه یک تیر یک سر گیردار می‌باشد. معمولاً تیرهای یک سر گیردار کرنش بیشتری را نسبت به تحریک یکسان نسبت به سایر هندسه‌ها ایجاد می‌کنند. همچنین مطالعات زیادی نیز توسط محققین بر روی این هندسه انجام شده است [۱۵-۲۰].

ماده سلولز در ابتدا در سال ۱۹۵۰ میلادی به عنوان ماده‌ای با خاصیت کم پیزوالکتریسیته شناخته شد [۱-۳] که خاصیت پیزوالکتریسیته آن ناچیز بود. با رشد تکنولوژی علم مواد در دنیا، سلولز به عنوان ماده‌ای با خاصیت تغییر شکل و جابجایی زیاد شناخته شد که در اثر اعمال ولتاژ الکتریکی می‌تواند تغییر شکل‌های زیادی را ایجاد نماید و در ادامه بیشتر به پتانسیل این ماده برای ایجاد رفتار الکترومکانیکی پی برده شد [۱-۳]. سلولز به عنوان فراوان‌ترین پلیمر طبیعی در دنیا یافت می‌شود. برخی از مزایای عمده این ماده عبارتند از: سادگی ساخت، چگالی کم، قیمت بسیار پایین، دسترسی فراوان، مشخصات مکانیکی مناسب، قابلیت تغییر شکل زیاد و ایجاد ولتاژ خروجی قابل قبول در کاربرد به عنوان برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی. در (شکل ۱) ساختار این ماده نشان داده شده است.



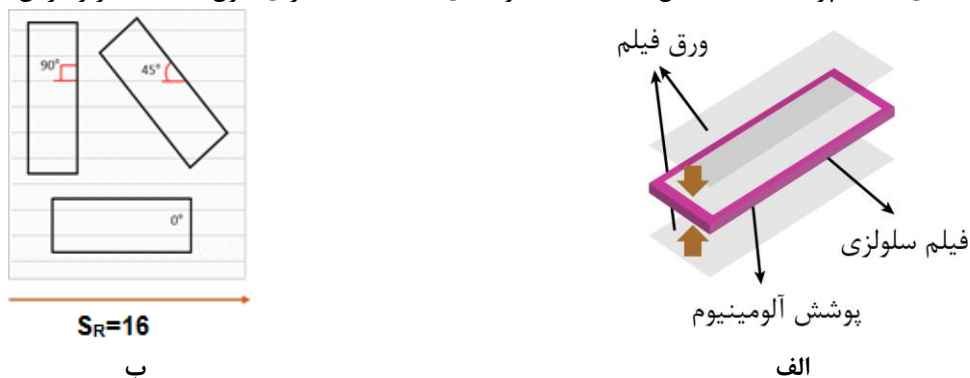
شکل ۱: مفهوم برداشت‌کننده انرژی EAPap (الف) از کاغذ سلولزی تشکیل شده که بر روی آن الکترودهایی از پلاک لایه‌نشانی شده‌اند (ب) ماده سلولزی از تعدادی نواحی کریستالی منظم و نامنظم تشکیل یافته است (پ) مولکولهای آب توسط هیدروکسیل‌ها بر روی سطح سلولز محدود شده‌اند و یا به صورت خوشه‌ای رها شده‌اند [۲۱].

<sup>1</sup> Electro-Active Paper

در تحقیقات پیشین چیدمان تیرها بررسی شده و نشان داده شده که استفاده از آرایه‌ای از تیرها چگالی توان خروجی بیشتری از یک تیر باعرضی برابر مجموع عرض‌های تیرها ایجاد می‌کند [۲۲]. یکی از حوزه‌هایی که خلاء پژوهشی در آن قابل مشاهده است، مطالعه بر روی اتصالات الکتریکی سری و موازی برداشت‌کننده‌های انرژی و بررسی آن‌ها به صورت همزمان است. پیش‌تر مطالعه‌ای بر روی اثر کاهش عرض تیر یکسردرگیر کامپوزیت برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک بر توان خروجی انجام شده است [۲۳]. در این مقاله برای یک برداشت‌کننده انرژی پیزوپلیمری EAPap سلولزی، اثر مقاومت الکتریکی خارجی بر کارایی آن مورد بررسی قرار گرفته است. برای این کار تیرهای برداشت‌کننده انرژی پیزوپلیمری ساخته شده و یک‌بار یکی از آن‌ها به دو و بار دیگر به سه المان برداشت‌کننده انرژی تقسیم شده و به صورت سری و موازی به هم متصل شده‌اند و خروجی هر یک از برداشت‌کننده‌ها مورد بررسی قرار گرفته و مقایسه شده‌اند.

## ۲- کار تجربی

س فیلم پیزوالکتریک EAPap، سلولز فرآوری شده می‌باشد که از کتان خام با درجه پلیمریزاسیون ۴۵۰۰ ساخته شده است. کتان پس از تبدیل شدن به قطعات کوچکتر، در آن-دیمتیل استامید بی‌آب با نسبت خاصی از کلرید لیتیم در  $110^{\circ}\text{C}$  حل شد. برای ایجاد یک محلول همگن، مخلوط حاصل با استفاده از همزن نوار مغناطیسی هم زده شد تا جاییکه پالپهای کتان خام و لیتیم کلرید به خوبی در هم حل شدند. سپس با استفاده از دستگاه سانتریفیوژ برای ایجاد محلولی شفاف و فوق‌العاده چسبناک استفاده شد. پس از آن محلول بر روی صفحه شیشه‌ای شفاف ریخته شد و با استفاده از ریخته‌گری نواری<sup>۲</sup> (معروف به روش تیغه دکتر<sup>۳</sup>) به صورت یکنواخت پخش گردید. از حلال‌های آب دی‌یونیزه شده و الکل ایزوپروپیل برای برداشتن باقیمانده‌های آند لیتیم استفاده شده است. در حالیکه هنوز مرطوب بود، سلولز به نسبت  $1/6$  برابر حالت اولیه کشیده شد و سپس توسط نور مادون قرمز به مدت حدود یک ساعت خشک گردید. در این لحظه یک سلولز فرآوری شده نازک با ضخامت  $10^{-5} \times 1/5$  با خواص پیزوالکتریسیته تولید می‌شود که به فیلم پیزوالکتریک EAPap معروف است. برای انجام کار تجربی، فیلم با زاویه  $45^{\circ}$  درجه نسبت به جهت کشش با ابعاد مورد نظر بریده شد (شکل ۲-الف). به منظور استفاده در برداشت‌کننده انرژی، الکترودهای آلومینیوم در دو طرف فیلم با استفاده از روش تبخیر حرارتی لایه‌نشانی شدند. به منظور جلوگیری از ایجاد اتصال کوتاه بین الکترودها و میزبان و نیز کاهش امکان آسیب، هر فیلم EAPap با استفاده از لایه‌های شفاف پوشانده شد (شکل ۲-ب) [۹]. نمونه‌های ساخته شده دارای طول ۸ سانتیمتر و عرض ۵ سانتیمتر هستند.



شکل ۲: دیاگرام شماتیک (الف) فرایند روکش‌دهی (ب) جهت برش فیلم EAPap

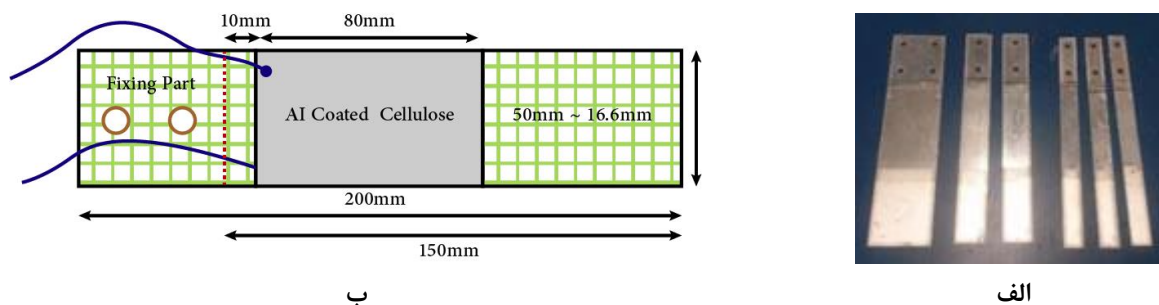
پس از آماده‌سازی فیلم نازک پیزوالکتریک، برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی به شکل یک تیر یکسردرگیر ساخته شد. تیر آلومینیومی با طول ۲۰۰ میلی‌متر، عرض ۵۰ میلی‌متر و ضخامت ۱ میلی‌متر به عنوان سازه میزبان مورد استفاده قرار گرفت و فیلم پیزوالکتریک با چسب به زیرلایه آلومینیومی متصل شده است. ۵ سانتیمتر از تیر به عنوان بخش نگهدارنده در داخل فیکسچر استفاده شد که از چهار سوراخ تشکیل یافته است. ابعاد فیلم EAPap، ۸۰ میلی‌متر در ۵۰ میلی‌متر می‌باشد و ۱۰ میلی‌متر دورتر از تکیه‌گاه تیر

<sup>2</sup> Tape casting

<sup>3</sup> Doctor blade

نصب شد (مطابق (شکل ۳-ب)). دلیل نزدیکی مکان نصب پیزوالکتریک به تکیه‌گاه، خمش و در نتیجه کرنش بالای این ناحیه به منظور استفاده در کاربردهای برداشت انرژی می‌باشد.

مشابه این کار برای نمونه‌هایی از جنس پیزوالکتریک EAPap و زیرلایه آلومینیومی با عرض کمتر تکرار شد و در نهایت شش نمونه با عرض‌های مختلف ساخته شد. استفاده از عرض‌های مختلف تیر مستطیلی به منظور بررسی اثر کاهش عرض تیر مستطیلی و بررسی اثر استفاده از دو یا سه تیر با مجموع عرض یکسان با یک تیر مستطیلی انجام گرفت. بنابراین شش نمونه با طول یکسان (۸ سانتی‌متر) و عرض‌های متفاوت - یک نمونه با عرض ۵ سانتی‌متر، دو نمونه با عرض ۲/۵ سانتی‌متر و سه نمونه با عرض ۱/۶۶ سانتی‌متر - ساخته شد (شکل ۳-الف).



شکل ۳: عکس و شماتیک تیرهای برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی با استفاده از ماده پیزوالکتریک EAPap با عرض‌های مختلف

نمونه تیر یکسردرگیر پیزوپلیمری ساخته شده با فیلم نازک EAPap، با سفت کردن جیگ<sup>۴</sup> بر روی بوبین<sup>۵</sup> شیکر<sup>۶</sup> الکترومغناطیسی Eliezer HEV-50 نصب شد. تیر پیزوالکتریک با ولتاژ ورودی ۱۰۰ میلی‌ولت تحریک و با سیگنال ژنراتور Agilent 33220A و تقویت کننده Eliezer EA157 در بازه فرکانسی مد نظر کنترل گردید. یک شتاب‌سنج برای مانیتور کردن جابجایی ورودی و خروجی بکار گرفته شد. چیدمان تجهیزات آزمایشی در شکل ۴ نشان داده شده است.

از یک پتانسیومتر به صورت سری در مدار با فیلم پیزوالکتریک، به عنوان مقاومت الکتریکی خارجی و برای اندازه‌گیری توان خروجی استفاده شد. از پیکوآمتر<sup>۷</sup> Keithley 6485 برای اندازه‌گیری جریان در مدار و از پالس آنالایزر - Bruel & Kjaer 35360B-030 برای نشان دادن ولتاژ خروجی استفاده گردید. امپدانس فیلم EAPap با استفاده از LCR متر HP 4282A و به نسبت مقادیر مختلف فرکانس، اندازه‌گیری شد.

هر لایه از پیزوالکتریک به عنوان یک منبع جریان الکتریکی موازی با یک خازن ذاتی در نظر گرفته می‌شود. لذا اتصال الکتریکی سری و موازی برداشت‌کننده‌ها را می‌توان به صورت (شکل ۵) نمایش داد.

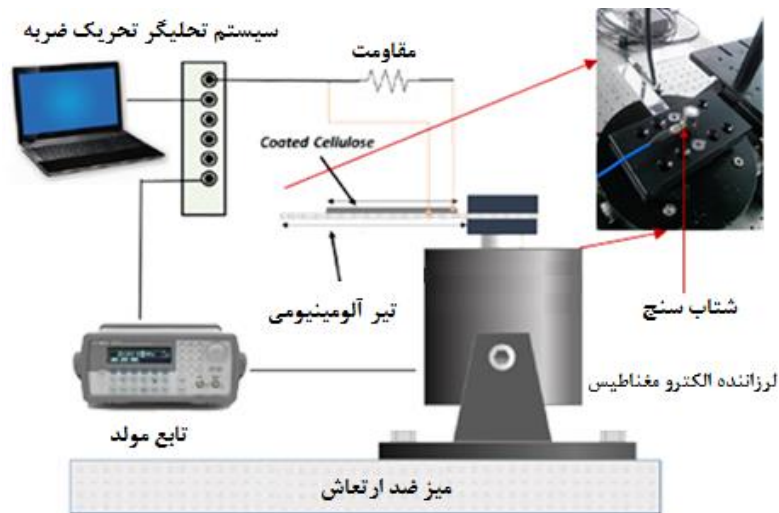
بررسی تکرارپذیری یکی از گامهای اولیه در بررسی یک روش آزمایشگاهی بوده و به منظور تخمین میزان عدم دقت یا خطای اتفاقی آزمایش بکار می‌رود. تکرارپذیری نتایج با تکرار آزمایش برای هر حالت به تعداد حداقل دو بار انجام گردید. تکرارپذیری ( $r$ ) مقداری است که پیش‌بینی می‌شود با یک احتمال معین (مثلاً ۰.۹۵)، قدرمطلق اختلاف بین دو نتیجه آزمون انفرادی حاصل از اندازه‌گیری بر روی یک نمونه یکسان (ثابت) با روش اندازه‌گیری یکسان در شرایط مشابه (مجری یکسان، دستگاه یکسان، آزمایشگاه یکسان و فاصله زمانی کوتاه بین آزمونها) از آن کوچکتر باشد. مقدار پارامتر  $r$  را می‌توان از رابطه تجربی محاسبه نمود.

<sup>4</sup> Jig

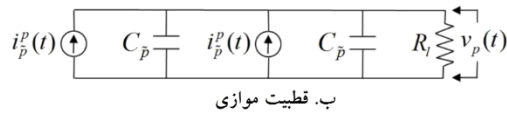
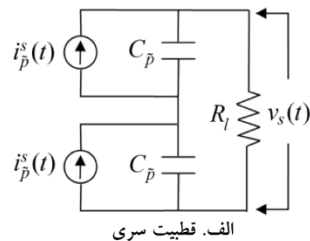
<sup>5</sup> Bobbin

<sup>6</sup> Shaker

<sup>7</sup> Picoammeter



شکل ۴: عکس و شماتیک تیرهای برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی با استفاده از ماده پیزوالکتریک EAPap با عرض‌های مختلف

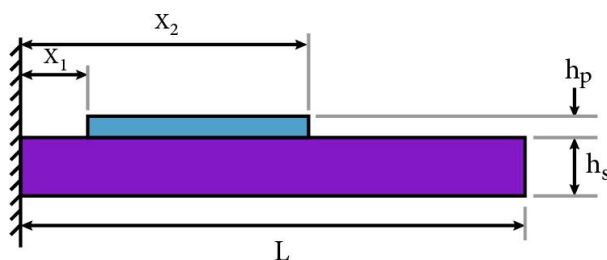


شکل ۵: اتصال سری و موازی دو برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک

لایه پیزوالکتریک پلیمری ایجاد شده دارای چگالی  $1.4 \text{ kg/m}^3$  بوده و مدول یانگ آن برابر  $3 \text{ GPa}$  می‌باشد. همچنین ثابت پیزوالکتریک آن  $(d_{31}=25 \text{ pC/N})$  می‌باشد.

### ۳- حل تحلیلی

در این بخش به بررسی یک تیر یکسردرگیر پرداخته می‌شود، با این تفاوت که اولاً لایه پیزوالکتریک بخشی از تیر (فاصله  $x_1$  تا  $x_2$  از انتهای گیردار) را پوشانده و ثانیاً ضخامت این لایه در قیاس با ضخامت زیرلایه بسیار ناچیز است و می‌توان از اثر ضخامت پیزوالکتریک در رفتار ارتعاشی تیر صرف‌نظر نمود. معمولاً چنین شرایطی زمانی به وقوع می‌پیوندد که از مواد نانوپیزوالکتریک برای پوشش تیر استفاده می‌شود. هندسه چنین تیری در (شکل ۶) نشان داده شده است.



شکل ۶: شماتیک تیر برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی با تکه‌ای پیزوالکتریک با ضخامت ناچیز

برای یک تیر ساده یکسردرگیر مقدار فرکانس طبیعی از روش رایلی و طبق رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$\omega_1 = \frac{0.5678}{L^2} \sqrt{\frac{E_s h_s^3 + \frac{2E_p h_p^3}{3} + \frac{E_p h_p h_s^2}{2} + E_p h_s h_p^2}{\rho_s h_s + 2\rho_p h_p}} \quad (1)$$

همانطور که از روی شکل هم مشخص است،  $L$  طول زیرلایه تیر بوده و اندیس‌های  $s$  و  $p$  به ترتیب بیانگر زیرلایه فلزی و لایه پیزوالکتریک هستند.  $h$  بیانگر ضخامت بوده و  $E$  و  $\rho$  نیز به ترتیب بیانگر مدول یانگ و چگالی هستند. برای یک تیر ساده با صرفنظر از ضخامت لایه پیزوالکتریک، (رابطه ۱) به شکل زیر در می‌آید:

$$\omega_1 = 0.1639 \frac{h_s}{L^2} \sqrt{\frac{E_s}{\rho_s}} \quad (2)$$

لازم به ذکر است که اولین فرکانس طبیعی سیستم از نظر عددی از بقیه فرکانس‌های طبیعی کوچکتر است و در تیرهای یکسردرگیر موجب تغییر شکل بیشتر شده و لذا توان بیشتری در مود اول رخ می‌دهد. مقدار فرکانس طبیعی سیستم در مود  $k$  ام را می‌توان از رابطه زیر یافت:

$$\omega_k = \lambda_k^2 \sqrt{\frac{EI}{mL^4}} \quad (3)$$

در این رابطه،  $\lambda_k$  مقدار ویژه و  $m$  و  $EI$  نیز به ترتیب جرم بر واحد طول و سختی تیر می‌باشند.  $m$  را می‌توان به شکل زیر

نوشت:

$$m = B\rho_s h_s \quad (4)$$

معادله فرکانسی برای یافتن مقادیر ویژه  $\lambda_k$  تیر بدین شکل می‌باشد:

$$1 + \cos \lambda_k \cosh \lambda_k = 0 \quad (5)$$

با استفاده از تابع پله هویساید، ممان خمشی را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$M(x,t) = EI \frac{\partial^2 z_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \eta v(t)[H(x-x_1) - H(x-x_2)] \quad (6)$$

تابع پله هویساید برای اطمینان از حفظ عبارت دوم (رابطه ۶) به هنگام استفاده در معادله دیفرانسیل حرکت، به آن افزوده شده است. تابع پله هویساید، انتگرال تابع دلتای دیراک،  $\delta(x)$ ، می‌باشد. با جایگذاری رابطه (۶) در معادله حاکم بر حرکت داریم:

$$EI \frac{\partial^4 z_{rel}(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 z_{rel}(x,t)}{\partial t^2} + \eta v(t) \left[ \frac{d\delta(x-x_1)}{dx} - \frac{d\delta(x-x_2)}{dx} \right] = -m \frac{\partial^2 z_b(x,t)}{\partial t^2} \quad (7)$$

بار الکتریکی انباشته شده در لایه پیزوالکتریک با انتگرالگیری از جابجایی الکتریکی در طول پیزوالکتریک از  $x_1$  تا  $x_2$  محاسبه

می‌گردد:

$$q(t) = \int \vec{D}_3 \cdot \vec{n} \, dA = - \int_{x=x_1}^{x=x_2} \left( d_{31} E_p \left( \frac{h_s}{2} + h_p \right) B \frac{\partial^2 z_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \varepsilon_{33}^S B \frac{v(t)}{h_p} \right) dx \quad (8)$$

لذا جریان تولیدی توسط لایه پیزوالکتریک با مشتق‌گیری از بار الکتریکی تولیدی در واحد زمان بدست می‌آید:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = - \int_{x=x_1}^{x=x_2} \left( d_{31} \left( \frac{h_s}{2} + h_p \right) E_p B \frac{\partial^3 z_{rel}(x,t)}{\partial x^2 \partial t} \right) dx - \frac{\varepsilon_{33}^S B (x_2 - x_1)}{h_p} \frac{dv(t)}{dt} \quad (9)$$

ولتاژ دو سر مقاومت الکتریکی نیز از ضرب مقدار مقاومت در جریان الکتریکی تولیدی محاسبه می‌گردد:

$$v(t) = R_L i(t) = -R_L \left[ \int_{x=x_1}^{x=x_2} \left( d_{31} \left( \frac{h_s}{2} + h_p \right) E_p B \frac{\partial^3 z_{rel}(x,t)}{\partial x^2 \partial t} \right) dx + \frac{\varepsilon_{33}^S B (x_2 - x_1)}{h_p} \frac{dv(t)}{dt} \right] \quad (10)$$

با چینش مجدد این رابطه، معادله دیفرانسیل مدار الکتریکی حاصل می‌گردد:

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{h_p}{\varepsilon_{33}^S B (x_2 - x_1) R_L} v(t) = - \frac{d_{31} \left( \frac{h_s}{2} + h_p \right) E_p h_p}{\varepsilon_{33}^S (x_2 - x_1)} \int_{x=x_1}^{x=x_2} \frac{\partial^3 z_{rel}(x,t)}{\partial x^2 \partial t} dx \quad (11)$$

این رابطه معادله دیفرانسیل الکترومکانیکی پارامتر گسترده عمومی برای تیرهای یکسردرگیر برداشت انرژی که بصورت تکه‌ای و یا کامل با لایه پیزوالکتریک پوشانده شده است. با جداسازی متغیرها و ساده‌سازی، عبارت انتگرالی (رابطه ۱۱) به صورت زیر درمی‌آید:

$$\int_{x=x_1}^{x=x_2} \frac{\partial^3 z_{rel}(x,t)}{\partial x^2 \partial t} dx = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{dq_k(t)}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \frac{d^2 w_k(x)}{dx} dx = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{dq_k(t)}{dt} \left[ \frac{dw_k(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} - \frac{dw_k(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} \right] \quad (12)$$

بنابراین می‌توان (رابطه ۱۱) را به صورت زیر نوشت:

$$\frac{dv(t)}{dt} + \frac{h_p}{\varepsilon_{33}^S B (x_2 - x_1) R_L} v(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k \frac{dq_k(t)}{dt} \quad (13)$$

که در آن:

$$\psi_k(x) = - \frac{d_{31} E_p h_p (h_s / 2 + h_p)}{\varepsilon_{33}^S (x_2 - x_1)} \left[ \frac{dw_k(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} - \frac{dw_k(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} \right] \quad (14)$$

(رابطه ۱۳) یک معادله دیفرانسیل است که با ضرب فاکتور انتگرال زیر قابل حل می‌باشد:

$$\varpi(t) = e^{t/\tau_c} \quad (15)$$

که در آن  $\tau_c$  ثابت زمانی مدار است و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\tau_c = \frac{R_L \varepsilon_{33}^S B (x_2 - x_1)}{h_p} \quad (16)$$

با ترکیب (رابطه ۷) و (رابطه ۱۲) می‌توان نوشت:

$$EI \frac{\partial^4}{\partial x^4} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} w_k(x) q_k(t) \right] + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \sum_{k=1}^{\infty} w_k(x) q_k(t) \right] + \eta v(t) \left[ \frac{d\delta(x-x_1)}{dx} - \frac{d\delta(x-x_2)}{dx} \right] = -m \frac{\partial^2 z_b(x,t)}{\partial t^2} \quad (17)$$

با استفاده از روش گالرکین، ابتدا دو طرف (رابطه ۱۶) را در تابع وزنی  $w_k(x)$  ضرب کرده و شرایط تعامد بکار گرفته می‌شوند. در نهایت می‌توان ضریب میرایی را افزود [۲۴] و خواهیم داشت:

$$\frac{d^2 q_k(t)}{dt^2} + 2\zeta_k \omega_k \frac{dq_k(t)}{dt} + \omega_k^2 q_k(t) + \vartheta_k v(t) = - \int_0^L w_k(x) m \frac{\partial^2 z_b(x,t)}{\partial t^2} dx \quad (18)$$

که  $\vartheta_k$  عبارت کوپلینگ مودال بوده و به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\vartheta_k = \eta \left[ \frac{dw_k(x)}{dx} \Big|_{x=x_2} - \frac{dw_k(x)}{dx} \Big|_{x=x_1} \right] \quad (19)$$

ضریب میرایی را می‌توان با استفاده از روش‌های بیان شده محاسبه کرد. معمولاً برای یافتن میرایی در فرکانس طبیعی اول تیر از روش کاهش لگاریتمی استفاده می‌شود [۲۵]. اگر نوسانات تیر بر حسب زمان هارمونیک باشد، حرکت پایه، ولتاژ خروجی و بار

الکتریکی را می‌توان به ترتیب به صورت  $z_b = Y_0 e^{j\omega t}$ ،  $v(t) = V_0 e^{j\omega t}$  و  $q_k(t) = Q_k e^{j\omega t}$  بیان کرد. بنابراین  $q_k(t)$  را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$q_k(t) = \frac{\left[ m\omega^2 Y_0 \int_0^L w_k(x) dx - \vartheta_k V_0 \right] e^{j\omega t}}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2j\zeta_k \omega_k \omega} \quad (20)$$

که در آن  $j$  نماد عدد موهومی و  $\omega$  فرکانس تحریک می‌باشد. همچنین با جایگذاری  $v(t) = V_0 e^{j\omega t}$  در (رابطه ۱۳) داریم:

$$\left( \frac{1 + j\omega\tau_c}{\tau_c} \right) V_0 e^{j\omega t} = \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k \frac{dq_k(t)}{dt} \quad (21)$$

با مشتق‌گیری از بار الکتریکی تولیدی بر حسب زمان در (رابطه ۱۹) و جایگذاری در (رابطه ۲۰) داریم:

$$\left( \frac{1 + j\omega\tau_c}{\tau_c} \right) V_0 e^{j\omega t} = \sum_{k=1}^{\infty} \psi_k \frac{j\omega \left[ m\omega^2 Y_0 \int_0^L w_k(x) dx - \vartheta_k V_0 \right] e^{j\omega t}}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2j\zeta_k \omega_k \omega} \quad (22)$$

در نهایت FRF ولتاژ به صورت زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$\frac{v(t)}{\omega^2 Y_0 e^{j\omega t}} = \frac{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{j m \omega \psi_k \left( \int_0^L w_k(x) dx \right)}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2j\zeta_k \omega_k \omega}}{\left( \sum_{k=1}^{\infty} \frac{j \omega \vartheta_k \psi_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + 2j\zeta_k \omega_k \omega} \right) + \frac{1 + j\omega\tau_c}{\tau_c}} \quad (23)$$

اساساً برداشت‌کننده‌های انرژی ارتعاشی طوری طراحی می‌گردند تا در فرکانس طبیعی اول کار کنند ( $k=1$ ). لذا وقتی فرکانس‌های طبیعی سیستم به خوبی از هم مجزا باشند، بهتر است تا مقادیر بالا را برای فرکانس طبیعی اصلی سیستم ساده‌سازی نمود. بنابراین ولتاژ دو سر بار مقاوم الکتریکی به صورت زیر قابل بیان است:

$$v^1(t) = \frac{j m \tau_c \omega^3 \psi_1 \left( \int_0^L w_1(x) dx \right)}{j \omega \vartheta_1 \psi_1 \tau_c + 1 + j \omega \tau_c} \frac{Y_0 e^{j\omega t}}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2j\zeta_1 \omega_1 \omega} \quad (24)$$

که اندیس ۱ بیانگر فرکانس طبیعی اصلی سیستم می‌باشد. عبارت ولتاژ خروجی را می‌توان به شکل زیر نیز نوشت:

$$v^1(t) = \left| V_0^1 \right| e^{j(\omega t + \theta_v)} \quad (25)$$

که در آن اندازه ولتاژ خروجی، زاویه فاز بین ولتاژ خروجی، جابجایی پایه، جریان و توان خروجی از روابط زیر محاسبه می‌گردد:

$$\left| V_0^1 \right| = \frac{Y_0 m \tau_c \omega^3 \left| \psi_1 \left( \int_0^L w_1(x) dx \right) \right|}{\sqrt{\left[ \omega_1^2 - \omega^2 \right]^2 + \left[ 2\zeta_1 \omega_1 \omega + \tau_c \omega \vartheta_1 \psi_1 + \omega_1^2 - \omega^2 \right]^2}} \quad (26)$$

$$\theta_v = \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn} \left( \psi_1 \left( \int_0^L w_1(x) dx \right) \right) - \tan^{-1} \left( \frac{2\zeta_1 \omega_1 \omega + \tau_c \omega \vartheta_1 \psi_1 + \omega_1^2 - \omega^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \right) \quad (27)$$

$$i^1(t) = \left| I_0^1 \right| e^{j(\omega t + \theta_i)} \quad (28)$$

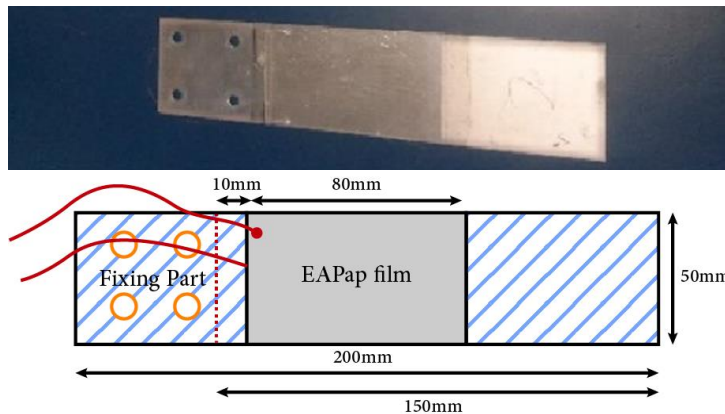
$$\left| I_0^1 \right| = \frac{Y_0 m \tau_c \omega^3 \left| \psi_1 \left( \int_0^L w_1(x) dx \right) \right|}{R_L \sqrt{\left[ \omega_1^2 - \omega^2 \right]^2 + \left[ 2\zeta_1 \omega_1 \omega + \tau_c \omega \vartheta_1 \psi_1 + \omega_1^2 - \omega^2 \right]^2}} \quad (29)$$



$$|P_0^i| = \frac{\left( Y_0 m \tau_c \omega^3 \left| \psi_1 \left( \int_0^L w_1(x) dx \right) \right| \right)^2}{R_L \left[ \omega_1^2 - \omega^2 + 2\tau_c \zeta_1 \omega_1 \right]^2 + \left[ 2\zeta_1 \omega_1 \omega + \tau_c \omega \vartheta_1 \psi_1 + \omega_1^2 - \omega^2 \right]^2} \quad (30)$$

#### ۴- نتایج و بحث

با توجه به اهمیت مود اول ارتعاشی در کارکرد برداشت‌کننده‌های انرژی ارتعاشی، ابتدا این مود مورد بررسی قرار داده می‌شود. برای این کار نمونه‌ای مستطیلی با طول ۱۵ cm و عرض ۵ cm را انتخاب شده و مورد تحلیل کامل قرار داده می‌شود.



شکل ۷: عکس و شماتیک برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی با استفاده از ماده پیزوالکتریک EAPap

با جایگذاری ویژگی‌های زیرلایه آلومینیومی بکار رفته در آزمایش (مدول یانگ،  $E=69$  GPa، چگالی تیر،  $\rho=2700$  kg/m<sup>3</sup>، ضخامت تیر،  $t=0.1$  cm، طول تیر،  $l=15$  cm، فرکانس طبیعی اصلی تیر را می‌توان با استفاده از روابط (۲) و (۳) به دست آورد. (جدول ۱) نتایج به دست آمده برای فرکانس طبیعی را برای روش تحلیلی و تجربی نشان می‌دهد.

جدول ۱: مقایسه نتایج فرکانس اول به دست آمده از روابط تحلیلی و آزمایش تجربی

فرکانس طبیعی به دست آمده از آزمایش	فرکانس طبیعی طبق رابطه (۲)	فرکانس طبیعی طبق رابطه (۳)
۳۵/۸	۳۴/۶	۳۶/۳

در هر مدار برداشت انرژی، همخوانی مقاومت الکتریکی با برداشت‌کننده انرژی برای رسیدن به حداکثر توان حیاتی می‌باشد. در آزمایش، یک مدار ساده متشکل از یک پتانسیومتر برای تغییر مقاومت الکتریکی مدار و رسیدن به مقاومت منبع (مقاومت فیلم EAPap سلولزی) ساخته شد. به دلیل اینکه تحریک بوجود آمده توسط شیکر یک تحریک سینوسی یکنواخت بود، یک جریان خروجی یکنواخت سینوسی توسط برداشت‌کننده انرژی ایجاد گردید. عرض برداشت‌کننده ۵ cm و مقاومت خارجی یکسان با مقاومت برداشت‌کننده معادل  $90$  k $\Omega$  می‌باشد. جریان پیک تا پیک اندازه‌گیری شده با پیکوآمتر در فرکانس تشدید  $35/8$  Hz برابر  $284$  nA می‌باشد.

با اندازه‌گیری مجذور مربعات (rms) جریان،  $I_{rms}$  و مقاومت مدار،  $R_{load}$ ، توان متوسط خروجی از برداشت‌کننده انرژی،  $P_{mean}$  طبق رابطه زیر قابل محاسبه خواهد بود:

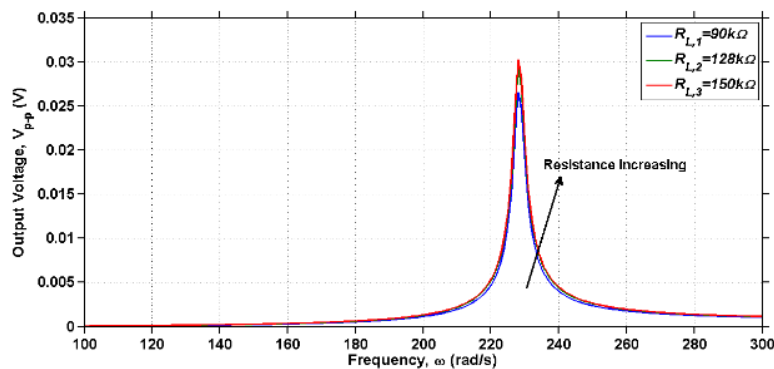
$$P_{mean} = I_{rms}^2 \times R_{load} = (0.354 \times I_{p-p})^2 \times R_{load} \quad (31)$$

ولتاژ پیک تا پیک به صورت  $V_{p-p}$  و جریان پیک تا پیک به صورت  $I_{p-p}$  نشان داده شده است که  $V_{p-p}=2V_0$  و  $I_{p-p}=2I_0$  می‌باشد. همچنین حداکثر خروجی متوسط نیز به صورت  $P_{mean}$  نشان داده شده است. در (جدول ۲) مقادیر تحلیلی و آزمایشگاهی با یک دیگر مقایسه شده است.

جدول ۲: مقایسه نتایج  $V_{p-p}$ ،  $I_{p-p}$  و  $P_{mean}$  به دست آمده از روابط تحلیلی و آزمایش تجربی

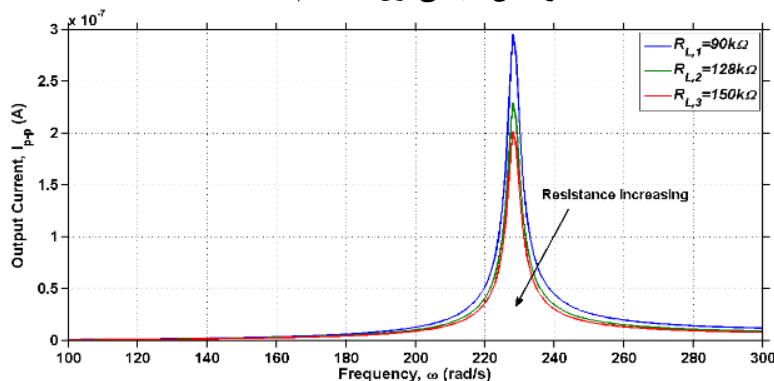
	$I_{p-p}$ (nA)	$V_{p-p}$ (mV)	$P_{mean}$ (nW)
تجربی	۲۸۴	۲۵/۶	۰/۹۰۷۱
تحلیلی	۲۹۵	۲۶/۶	۰/۹۸۳۱
خطا	٪۳/۹	٪۳/۹	٪۸/۴

لازم به ذکر است نتایج تجربی و تئوری با تقریب بسیار مناسبی در نقاط مورد آزمایش با یکدیگر همخوانی دارند. لذا صحت روابط تحلیلی تأیید شده و از روابط تحلیلی برای بررسی سایر پارامترها در فرکانس‌های کارکردی مختلف استفاده می‌کنیم. بدین منظور اثر استفاده از سه نمونه مقاومت خارجی (مقاومت‌های الکتریکی  $90\text{ k}\Omega$ ،  $128\text{ k}\Omega$  و  $150\text{ k}\Omega$ ) را بر ولتاژ، جریان و توان خروجی در بازه فرکانسی شامل فرکانس طبیعی اول مورد ارزیابی قرار می‌دهیم (شکل ۸ تا شکل ۱۰).



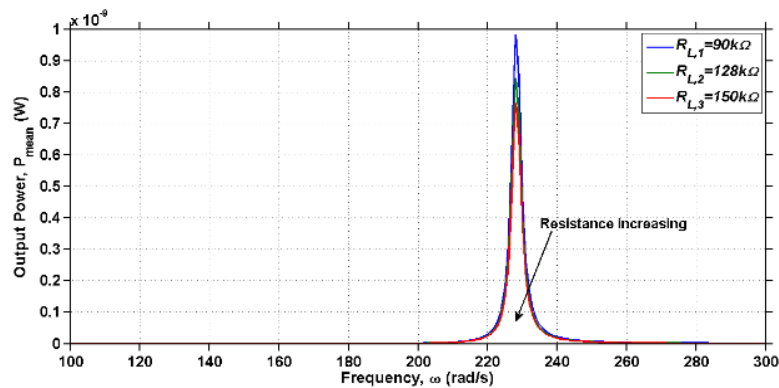
شکل ۸: ولتاژ پیک تا پیک برداشت‌کننده انرژی پیزوپلیمری با مقاومت‌های الکتریکی مختلف در یک بازه فرکانسی شامل

فرکانس طبیعی اول سیستم



شکل ۹: جریان پیک تا پیک برداشت‌کننده انرژی پیزوپلیمری با مقاومت‌های الکتریکی مختلف در یک بازه فرکانسی شامل

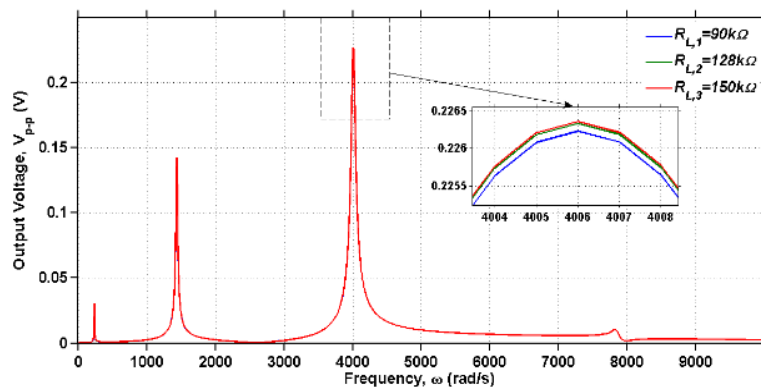
فرکانس طبیعی اول سیستم



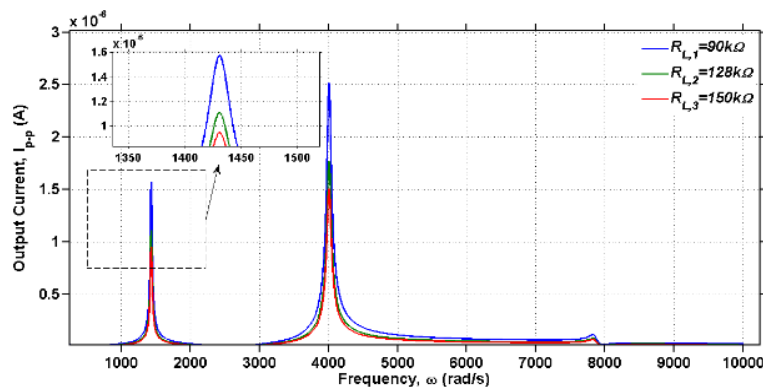
شکل ۱۰: توان خروجی پیک تا پیک برداشت‌کننده انرژی پیزوپلیمری با مقاومت‌های الکتریکی مختلف در یک بازه فرکانسی شامل فرکانس طبیعی اول سیستم

همانطور که ملاحظه می‌گردد با افزایش مقاومت الکتریکی خارجی، ولتاژ خروجی افزایش یافته و جریان کاهش می‌یابد. توان خروجی برابر است با حاصلضرب ولتاژ و جریان خروجی. بسته به اینکه تغییرات ولتاژ و جریان چگونه باشد و کدامیک غالب باشند، توان خروجی می‌تواند کاهش یا افزایش یابد. برای مثال برای نمونه اول پیزوپلیمری با عرض ۵ سانتیمتر، همانطور که در (شکل ۱۰) نشان داده شده است، مقدار توان خروجی کاهش داشته است.

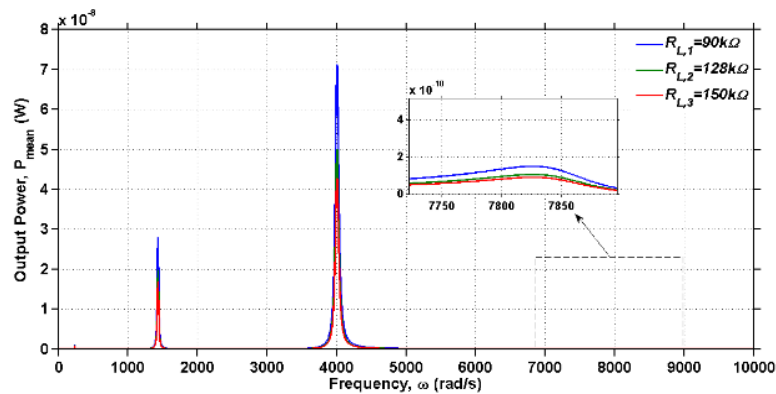
روند مشابهی برای بررسی چگونگی تغییرات به ازای فرکانس‌های بالاتر انجام شد و تغییرات ولتاژ پیک تا پیک، جریان پیک تا پیک و نیز توان خروجی پیک تا پیک به ترتیب در (شکل ۱۱)، (شکل ۱۲) و (شکل ۱۳) نشان داده شده‌اند. ملاحظه می‌گردد که روندی مشابه با فرکانس‌های پایین‌تر از ۳۰۰ هرتز در فرکانس‌های بالاتر نیز به چشم می‌خورد.



شکل ۱۱: ولتاژ خروجی پیک تا پیک برداشت‌کننده انرژی پیزوپلیمری با مقاومت‌های الکتریکی مختلف در یک بازه فرکانسی شامل چهار فرکانس طبیعی اول سیستم

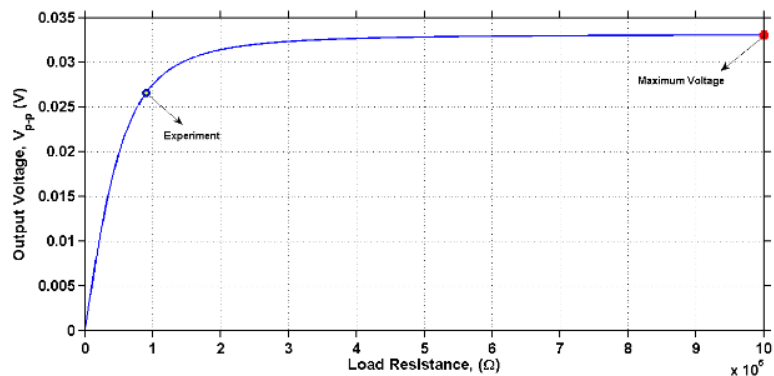


شکل ۱۲: جریان خروجی پیک تا پیک برداشت‌کننده انرژی پیزوپلیمری با مقاومت‌های الکتریکی مختلف در یک بازه فرکانسی شامل چهار فرکانس طبیعی اول سیستم

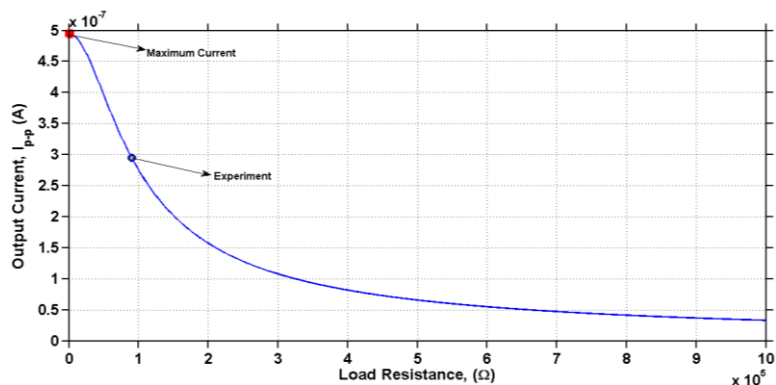


شکل ۱۳: توان خروجی پیک تا پیک برداشت‌کننده انرژی پیزوپلیمری با مقاومت‌های الکتریکی مختلف در یک بازه فرکانسی شامل چهار فرکانس طبیعی اول سیستم

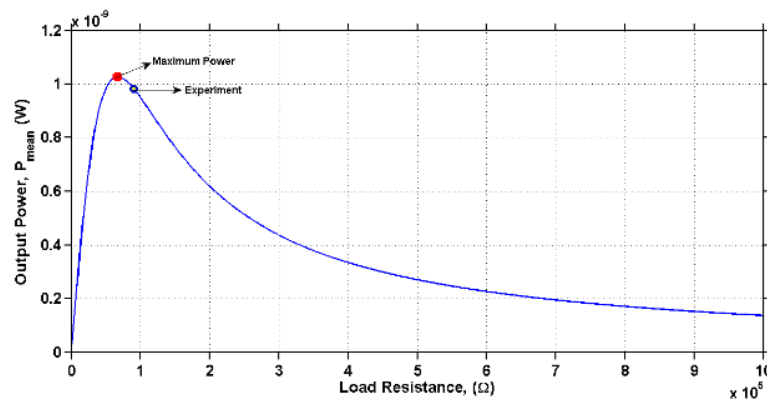
با داشتن رابطه تحلیلی می‌توان مقدار مقاومت الکتریکی بهینه جهت انجام آزمایش را یافت. بدین منظور ولتاژ، جریان و توان خروجی به ازای مقاومت‌های الکتریکی مختلف از صفر تا  $1000 \text{ k}\Omega$  مورد بررسی قرار گرفته‌اند. نمودارهای مربوطه به ترتیب در (شکل ۱۴)، (شکل ۱۵) و (شکل ۱۶) نشان داده شده‌اند. ملاحظه می‌گردد که با افزایش مقاومت الکتریکی ولتاژ خروجی افزایش و جریان خروجی کاهش یافته است. با این وجود به ازای مقدار خاصی از مقاومت، توان خروجی به مقدار بیشینه خود می‌رسد.



شکل ۱۴: تغییرات ولتاژ خروجی پیک تا پیک به ازای مقادیر مختلف مقاومت الکتریکی خارجی



شکل ۱۵: تغییرات جریان خروجی پیک تا پیک به ازای مقادیر مختلف مقاومت الکتریکی خارجی



شکل ۱۶: تغییرات توان خروجی پیک تا پیک به ازای مقادیر مختلف مقاومت الکتریکی خارجی

با توجه به (شکل ۱۶)، مقاومت الکتریکی بهینه برای دستیابی به توان خروجی بیشینه برابر  $68 \text{ k}\Omega$  می‌باشد. آزمایش به ازای مقاومت الکتریکی خارجی  $90 \text{ k}\Omega$  انجام شده است که تا حدودی به مقدار مقاومت الکتریکی خارجی بهینه ( $68 \text{ k}\Omega$ ) نزدیک می‌باشد.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله اثر مقاومت الکتریکی خارجی بر کارایی برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک مورد بررسی قرار گرفت. نمونه‌های EAPap سلولزی با دقت ساخته شده و به عنوان برداشت‌کننده انرژی ارتعاشی مورد استفاده قرار گرفتند. با تغییر مقاومت الکتریکی خارجی در بازه فرکانسی که شامل فرکانس طبیعی اول ( $300$  هرتز) است مشاهده شد که با افزایش مقاومت الکتریکی خارجی، ولتاژ خروجی افزایشی و جریان کاهش می‌یابد. این روند برای فرکانس‌های بالاتر نیز برقرار می‌باشد. توان خروجی بسته به نحوه تغییرات ولتاژ خروجی و جریان می‌تواند تغییر کند. با استفاده از رابطه تحلیلی بازه  $0$  تا  $1000$  کیلو اهم مورد بررسی قرار گرفته و مقاومت الکتریکی بهینه انتخاب شده است.

## مراجع

- Arms, S., et al. *Energy harvesting, wireless, structural health monitoring and reporting system*. in *Proceedings of the 2nd Asia Pacific Workshop on SHM*. 2008.
- Erturk, A. and D.J. Inman, *Piezoelectric energy harvesting*. 2011: John Wiley & Sons.
- حامدی، ر.ا.ح.و.م.، مهارکننده های انرژی مکانیکی. علمی ترویجی مهندسی مکانیک، ۱۳۹۲.
- ادب زاده، ح. م.م. محمدی، and ج. غضنفریان، برداشت انرژی از امواج آب با تیر پیزوالکتریک بالهدار و بدون باله: مطالعه تجربی. نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، ۲۰۲۳. ۵۵(۱۰): ۱۲۰۶-۱۱۹۵. p.
- مامندی، ا. and ی. جعفری، بررسی بازدهی برداشت انرژی ارتعاشی تیر پیزوالکتریک با استفاده از روش اجزای محدود. مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز، ۲۰۲۱. ۵۱(۱): ۲۱۸-۲۰۹. p.
- فرهانی، س. and ع. شوشتری، بررسی ساختارهای برگ - ساقه مانند برداشت‌کننده ی انرژی از جریان باد با استفاده از مواد پیزوالکتریک. مجله ی مهندسی مکانیک شریف، ۲۰۲۱. ۳۷،۳(۲): ۹۵-۸۱. p.
- Zhou, X., et al., *3D Printed Auxetic Structure-Assisted Piezoelectric Energy Harvesting and Sensing*. *Advanced Energy Materials*, 2023. **13**(34): p. 2301159.
- Chen, W., et al., *Piezoelectric energy harvesting and dissipating behaviors of polymer-based piezoelectric composites for nanogenerators and dampers*. *Chemical Engineering Journal*, 2023. **465**: p. 142755.
- Hosseini, R., et al., *Analytical and experimental investigation of partially covered piezoelectric cantilever energy harvester*. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2017. **18**: p. 415-424.

10. Hosseini, R., et al., *Analytical and experimental investigation into increasing operating bandwidth of piezoelectric energy harvesters*. AUT Journal of Mechanical Engineering, 2019. **3**(1): p. 113-122.
11. Su, W.-J. and C.-H. Tseng, *Design and analysis of an extended simply supported beam piezoelectric energy harvester*. Sensors, 2023. **23**(13): p. 5895.
12. González, J., et al., *Advanced Cellulose–Nanocarbon Composite Films for High-Performance Triboelectric and Piezoelectric Nanogenerators*. Nanomaterials, 2023. **13**(7): p. 1206.
13. Trellu, H., et al., *Flexoelectric and piezoelectric effects in micro-and nanocellulose films*. Carbohydrate Polymers, 2023. **321**: p. 121305.
14. Pradeesh, E., et al., *Experimental and numerical analysis on different beam geometries for vibration based piezoelectric energy harvester*. Ferroelectrics, 2023. **606**(1): p. 219-238.
15. Arafa, M., et al. *Experimental implementation of a cantilevered piezoelectric energy harvester with a dynamic magnifier*. in *Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems 2011*. 2011. SPIE.
16. Hosseini, R. and M. Hamed, *Improvements in energy harvesting capabilities by using different shapes of piezoelectric bimorphs*. Journal of Micromechanics and Microengineering, 2015. **25**(12): p. 125008.
17. Hosseini, R. and M. Hamed, *An investigation into resonant frequency of trapezoidal V-shaped cantilever piezoelectric energy harvester*. Microsystem Technologies, 2016. **22**: p. 1127-1134.
18. Hosseini, R. and M. Hamed, *An investigation into resonant frequency of triangular V-shaped cantilever piezoelectric vibration energy harvester*. 2016.
19. Hosseini, R. and M. Hamed, *Resonant frequency of bimorph triangular V-shaped piezoelectric cantilever energy harvester*. Journal of Computational & Applied Research in Mechanical Engineering (JCARME), 2016. **6**(1): p. 65-73.
20. Ou, Q., et al. *A two-mass cantilever beam model for vibration energy harvesting applications*. in *2010 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering*. 2010. IEEE.
21. Kim, J., *Improvement of piezoelectricity in piezoelectric paper made with cellulose*. DTIC Document, 2009.
22. Dayou, J., W. Liew, and M.-S. Chow, *Increasing the bandwidth of the width-split piezoelectric energy harvester*. Microelectronics Journal, 2012. **43**(7): p. 484-491.
۲۳. حسینی، ر.ا.، et al.، اثر کاهش عرض تیر یکسردرگیر کامپوزیت برداشت‌کننده انرژی پیزوالکتریک بر توان خروجی: بررسی تجربی و تحلیلی. مکانیک هوافضا، ۲۰۲۱. ۱۷(۳): ۷۱-۸۳. p.
24. Meirovitch, L., *Analytical Methods in Vibrations*. 1967, Macmillan Publishing Co., Inc.
25. Rao, S.S. and F.F. Yap, *Mechanical vibrations*. Vol. 4. 1995: Addison-Wesley New York.