



تحلیل رفتار مکانیکی کابل‌های پیش‌تنیده با بهره‌گیری از المان تیر

اتابک دوبختی^۱، امین ترقی اسکویی^{۲*}

^۱ ایران، تبریز، دانشگاه صنعتی سهند، دانشکده مهندسی مکانیک، ۵۳۳۱۸۱۷۶۳۴، دانشجوی کارشناسی ارشد

^۲ ایران، تبریز، دانشگاه صنعتی سهند، دانشکده مهندسی مکانیک، ۵۳۳۱۸۱۷۶۳۴، استادیار

*پست الکترونیکی نویسنده مسئول: taraghi@sut.ac.ir

چکیده

این مطالعه به بررسی رفتار کابل‌های پیش‌تنیده تحت شرایط مرزی و بارگذاری مختلف می‌پردازد. کابل‌های پیش‌تنیده به دلیل کاربرد گسترده‌شان در سازه‌های مهندسی، نیاز به تحلیل دقیق رفتار مکانیکی دارند. در این تحقیق امکان بهره‌گیری از المان تیر برای کاهش هزینه محاسباتی روش المان محدود در مدل‌سازی و تحلیل رفتار کابل‌های پیش‌تنیده در شرایط بارگذاری متنوع مورد بررسی قرار گرفته است. بر مبنای این روش پیشنهادی به جای مدل‌سازی تارهای تابیده شده به صورت کامل، از محور مرکزی سیم‌ها استفاده می‌شود و به کمک المان تیر هر یک از سیم‌ها مدل‌سازی شده و اندرکنش سیم‌ها با یکدیگر مدل‌سازی می‌شود. با استفاده از روش المان محدود، رفتار کابل پیش‌تنیده در اثر وارد شدن یک نیرو و گشتاور به یک انتهای آن در شرایط مرزی مختلف مورد ارزیابی قرار گرفت. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که المان تیر با شرایط ساده تعریف شده برای تماس سیم‌ها با یکدیگر می‌تواند رفتار سیستم را در حالت کششی به صورت مناسب مدل‌سازی کند ولی برای بارگذاری گشتاور فقط در حالتی که گشتاور در جهت تابیده شدن سیم‌ها باشد نتایج قابل قبولی ارائه می‌دهد.

کلمات کلیدی: کابل‌های پیش‌تنیده؛ رفتار مکانیکی؛ روش المان محدود؛ المان تیر.

۱- مقدمه

کابل‌های پیش‌تنیده^۱ به‌عنوان اجزای بسیار حیاتی در سازه‌های مهندسی همانند پل‌های معلق، آسانسور، جرثقیل، و بالابر معادن استفاده می‌شوند. این کابل‌ها از لایه‌های متوالی سیم‌های فلزی تشکیل شده‌اند که به‌صورت مارپیچی به دور یک هسته مرکزی پیچیده می‌شوند. بسته به کاربرد کابل، هندسه‌های متفاوتی از آن طراحی و ساخته شده‌اند که سطح مقطع سیم‌ها، زاویه پیچش، تعداد

^۱ Stranded cable

لایه و قطر سیم از متغیرهای هندسی این ساختار فلزی می‌باشد. طراحی هندسی این کابل‌ها و استحکام کششی بالای آن‌ها این امکان را فراهم می‌کند که بارهای محوری بزرگی را تحمل کنند و در عین حال سفتی خمشی و پیچشی مشخصی را تامین کنند. این وابستگی در رفتارهای طولی، پیچشی و خمشی باعث می‌شود که کابل‌های پیش‌تنیده در سازه‌های پیچیده عملکرد بهینه‌ای از خود نشان دهند که سایر المان‌های مهندسی توانایی آن را ندارند.

رفتار مکانیکی کابل‌های پیش‌تنیده به دلیل هندسه پیچیده، تماس‌های داخلی بین سیم‌های جداگانه و نوع بارگذاری می‌تواند غیرخطی یا در برخی موارد خطی باشد. غیرخطی بودن رفتار کابل، عوامل مختلفی مانند تغییرات زاویه لایه‌ها، فشردگی بین سیم‌ها و توزیع تنش در کابل‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد و با توجه به تعامل بین بارهای کششی و پیچشی می‌تواند به تغییرات قابل توجهی در رفتار کلی کابل منجر شود. بنابراین، برای پیش‌بینی دقیق عملکرد این کابل‌ها، استفاده از مدل‌سازی‌های عددی و تحلیلی به دلیل هزینه‌های بالای آزمایش‌های تجربی ضروری است. این مدل‌ها می‌توانند به‌طور مؤثری به درک رفتار غیرخطی کابل‌ها کمک کنند و در طراحی سازه‌های پیشرفته نقش بسزایی ایفا کنند.

در تحقیقات انجام شده در سال ۱۹۸۲، مک‌کانل و زیمک [۱] به بررسی خواص کششی و پیچشی کابل‌های ACSR پرداختند و نظریه‌ای ساده شده برای پیش‌بینی رفتار آن‌ها ارائه کردند. این تحقیق نشان داد که خواص کششی و پیچشی کابل‌ها به هم وابسته‌اند و در طراحی سازه‌های مبتنی بر کابل باید این وابستگی‌ها در نظر گرفته شوند. در سال ۱۹۸۷، نتایج تجربی و پیش‌بینی‌های نظری درباره پاسخ رشته‌های سیمی به بارهای کششی محوری توسط اوتینگ و جونز [۲] منتشر شد. این تحقیق یکی از نخستین مطالعاتی بود که بر روی تأثیر بارهای محوری بر روی رشته‌های سیمی تمرکز داشت و پایه‌گذار تحقیقات بعدی در این زمینه محسوب می‌شود. در سال ۲۰۱۱، استانووا و همکارانش مدل‌سازی کامپیوتری رشته‌ها و کابل‌ها را مورد بررسی قرار دادند که به ارائه روابطی برای طراحی این کابل‌ها منجر شد [۳]. این تحقیق به صورت ویژه روی تعاملات بین رشته‌ها در کابل‌های پیچیده متمرکز بود و روش‌های نوینی برای شبیه‌سازی رفتار کابل‌ها ارائه داد. در سال ۲۰۱۴، اسپاک [۴] پارامترهایی را برای مدل‌سازی کابل‌های رشته‌ای به‌عنوان تیرهای ساختاری معرفی کرد که اهمیت مدل‌سازی دقیق در طراحی سازه‌های کابل‌دار را نشان می‌دهد. این پژوهش به درک بهتر رفتار مکانیکی کابل‌ها در شرایط واقعی کمک کرد و پیشنهاداتی برای بهبود طراحی‌های ساختاری ارائه داد. در سال ۲۰۱۷، کاراتناسوپولوس [۵] به بررسی رفتار الاستوپلاستیک کابل‌های پیش‌تنیده تحت بارهای کششی پرداخت و مدل‌های پیچیده‌تری برای تحلیل این کابل‌ها ارائه کرد. این تحقیق به تحلیل دقیق‌تر پاسخ کابل‌ها به بارهای متغیر کمک کرد و به درک بهتر رفتار الاستوپلاستیک در کابل‌های رشته‌ای منجر شد. در سال ۲۰۲۱، منارد [۶] مدل‌های اجزا محدود را برای تحلیل غیرخطی الاستیک رشته‌های پیش‌تنیده در چارچوب همگن‌سازی محاسباتی معرفی کرد. این مدل‌ها به مهندسان کمک می‌کند تا رفتار پیچیده کابل‌ها را در شرایط واقعی شبیه‌سازی کرده و طراحی بهینه‌تر انجام دهند. تحقیقات در این زمینه همچنان ادامه دارد و با پیشرفت‌های جدید در روش‌های شبیه‌سازی و مدل‌سازی، می‌توان به بهبود قابل توجهی در تحلیل و طراحی کابل‌های رشته‌ای دست یافت. این پیشینه پژوهش می‌تواند به عنوان پایه‌ای برای مطالعات آینده در این زمینه مورد استفاده قرار گیرد و به درک بهتر رفتار مکانیکی کابل‌ها کمک کند.

در این پژوهش روشی برای مدل‌سازی کابل‌های پیش‌تنیده بر مبنای المان تیر در نرم‌افزار Ansys معرفی شده است که می‌تواند اثر اندرکنش‌های بین سیم‌های یک کابل را مدل‌سازی کرده و همزمان با بهره‌گیری از المان تیر به عنوان یک المان فیزیکی هزینه محاسباتی روش المان محدود را پایین نگه دارد. روش ارائه شده می‌تواند هزینه مطالعات و شبیه‌سازی‌های لازم برای طراحی یک کابل پیش‌تنیده مشخص را به صورت قابل توجهی کاهش دهد. بدین منظور ابتدا در بخش بعدی مدلی از یک کابل پیش‌تنیده ارائه شده و نتایج آن با مطالعات پیشین صحت‌سنجی شده است. در بخش بعدی نتایج مربوط به رفتار پیچشی کابل برای نخستین بار گزارش شده است که می‌تواند در بهره‌گیری از این کابل‌ها به عنوان شفت‌های منعطف انتقال قدرت بسیار مفید باشد.

۲- مدل‌سازی

کابل‌های پیش‌تنیده معمولاً از یک هسته مرکزی و چند لایه تشکیل می‌شوند. یکی از ساده‌ترین نوع این کابل‌ها می‌تواند متشکل از یک سیم مرکزی و یک لایه شامل شش سیم به صورت مارپیچ باشد که به دور سیم مرکزی تابیده شده‌اند که نمونه‌ای از آن

در شکل (۱) نشان داده شده است. این نوع کابل یکی از متداول‌ترین کابل‌هایی می‌باشد که در پژوهش‌های مختلف مورد استفاده قرار گرفته است. موارد موثر بر تحلیل‌های عددی این مسئله علاوه بر هندسه، نوع تماس بین سیم‌ها، شرایط مرزی و نوع المان انتخابی جهت حل می‌باشد که در بخش‌های بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

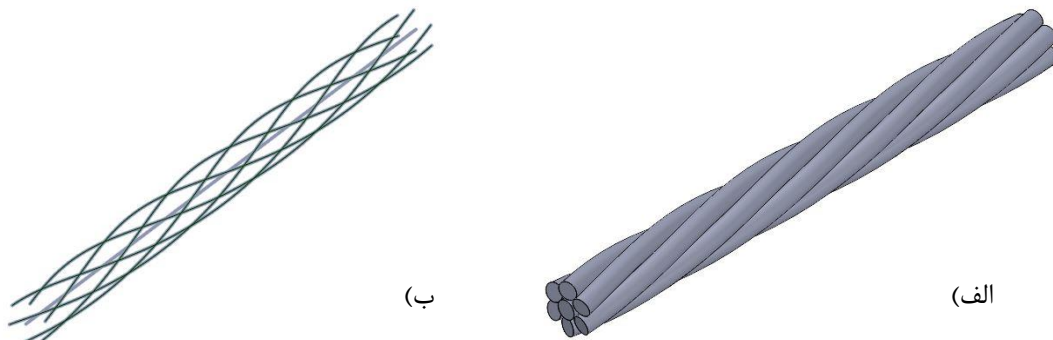
۱-۲ هندسه کابل و خواص مکانیکی

هندسه و جنس سیم‌ها از عوامل تعیین‌کننده در تحلیل این کابل‌ها می‌باشند که در جدول (۱) هندسه فیزیکی و خواص مکانیکی کابل‌های مورد استفاده بیان شده است. این نوع کابل‌ها با توجه به هندسه مارپیچی خود تماس‌های مختلفی را تجربه می‌کنند. از تماس‌های ایجاد شده در کابل می‌توان به تماس سیم مرکزی با سیم‌های موجود در لایه، تماس سیم‌های موجود در یک لایه با یکدیگر و تماس کامل که هر دو نوع تماس را شامل می‌شود، اشاره کرد. در این مطالعه برای ارائه صحت سنجی روش استفاده شده، از تماس کامل استفاده شده است. علاوه بر بحث هندسی، نوع تماس بین سیم‌ها نیز بر پیچیدگی مساله اضافه می‌کند. در این مطالعه برای نوع تماس بین سیم‌ها از تماس اصطکاک خشک (مدل کولمب) استفاده شده است که خواص آن در ادامه بیان خواهد شد.

جدول ۱. هندسه و خواص مکانیکی کابل پیش‌تنیده

متغیرهای هندسی و مکانیکی مدل	مقدار	واحد
قطر بیرونی کابل	۱۱/۴	میلی‌متر
قطر سیم مرکزی	۳/۹۴	میلی‌متر
قطر سیم‌های تابیده شده	۳/۷۳	میلی‌متر
طول پیشروی	۱۱۵	میلی‌متر
زاویه پیشروی	۷۸/۲	درجه
مدول یانگ	۲۰۰	مگا پاسکال
تنش تسلیم	۲۵۰	مگا پاسکال
ضریب پوواسون	۰/۳	
ضریب اصطکاک	۰/۱۱	

کابل پیش‌تنیده بر مبنای هندسه بیان شده در جدول (۱) در شکل (۱-الف) ترسیم شده است و برای بهره‌گیری از روش المان محدود، المان‌های solid مورد استفاده قرار گرفته است. در شکل (۱-ب) المان‌های تیر مشاهده می‌شود که بهره‌گیری از آن‌ها در این پژوهش پیشنهاد می‌شود. بر مبنای این روش المان‌های تیر بر مبنای منحنی‌های مرکزی هر یک از سیم‌ها و سیم مرکزی ترسیم شده‌اند. برای هر یک از این منحنی‌های ترسیم شده المان تیر با سطح مقطع بیان شده در جدول تخصیص یافته است و تماس بین سیم مرکزی با سیم‌های لایه بیرونی و تماس بین سیم‌های بیرونی با یکدیگر برای این المان‌های تیر در نظر گرفته شده است.

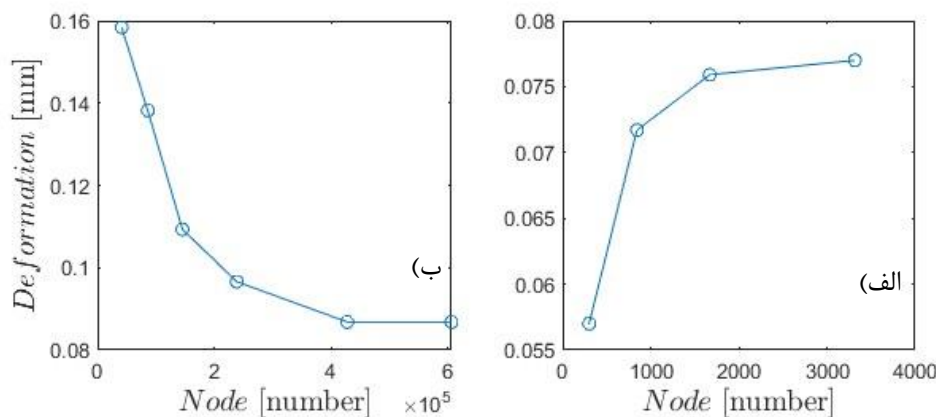


شکل ۱. مدل کابل پیش‌تنیده با الف) solid elements (ب) beam elements.

شرایط مرزی یکی دیگر از عوامل مهم تاثیرگذار بر رفتار کابل‌های پیش‌تنیده است. در این مطالعه، کابل از یک طرف کاملاً مقید است و امکان هیچگونه حرکت ندارد و در سمت دیگر متناسب با شرایط می‌تواند در دو حالت قرار گیرد. در حالت اول از حرکت چرخشی آن جلوگیری شده و شرط مرزی ثابت^۲ یا بسته تعریف می‌شود و در حالت دوم انتهای کابل امکان چرخش دارد و شرط مرزی آزاد^۳ در نظر گرفته می‌شود. در این پژوهش اثر شرط مرزی انتهای آزاد کابل در رفتار مکانیکی آن مورد بررسی قرار خواهد گرفت. بر مبنای موضوعات مطرح شده تفاوت دو شرط مرزی امکان دوران پیچشی در انتهای آزاد کابل با ویراد شدن یک نیرو در راستای کابل می‌باشد.

۲-۲ استقلال از مش‌بندی

برای استقلال از مش‌بندی و صحت سنجی نتایج، شرایط بیان شده در پژوهش اوتینگ و جونز [۲] به کار گرفته شده است. برای انتهای آزاد کابل شرط مرزی ثابت در نظر گرفته شده است که امکان چرخش برای کابل را فراهم نمی‌سازد و کابل فقط می‌تواند افزایش طول داشته باشد. در انتهای آزاد کابل یک نیروی به اندازه ۱۰ کیلو نیوتن به صورت کششی اعمال شده و نتایج برای تعداد گره‌های مشخص با استفاده از دو المان solid و تیر در شکل (۲) بیان شده است.



شکل ۲. استقلال از مش‌بندی الف) المان تیر ب) المان solid

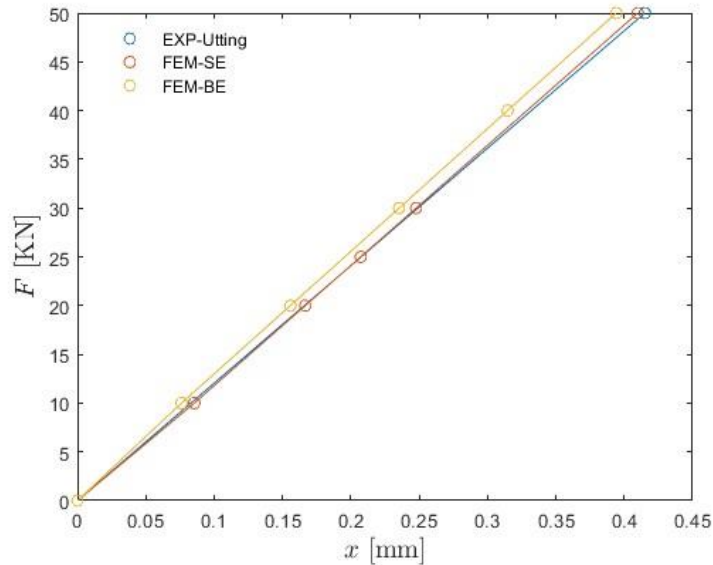
همانگونه که مشاهده می‌شود المان تیر بسیار سریعتر از المان solid همگرا شده است و حدود دو مرتبه از تعداد المان‌های لازم برای استقلال از مش کاسته شده است. گرچه در حالت کلی همگرایی نتایج برای کابل پیش‌تنیده به شرایط مختلفی مانند شرایط مرزی، نیرو اعمال شده، هندسه کابل و سایر شرایط بستگی دارد ولی با توجه به نتایج شکل (۲) می‌توان ادعا کرد که تعداد المان‌های لازم برای مدل‌سازی با المان‌های تیر بسیار کمتر از المان‌های solid می‌باشد.

۳-۲ صحت سنجی

برای صحت‌سنجی نتایج شبیه‌سازی‌های انجام گرفته، نتایج تجربی مربوط به پژوهش اوتینگ و جونز [۲] مورد استفاده قرار گرفته است که در شکل (۳) نمایش داده شده است. شکل (۳) نشان‌دهنده جابه‌جایی انتهای کابل با افزایش نیروی اعمالی به انتهای آن برای شرط مرزی ثابت می‌باشد. نتایج مربوط به هر دو المان solid و المان تیر در این شکل با نتایج مربوط به آزمایش تجربی مورد مقایسه قرار گرفته است.

^۲ Fixed end

^۳ Free end



شکل ۳. صحت سنجی دقت شبیه‌سازی‌ها در شرایط یک طرف بسته و مقایسه با مدل اوتینگ

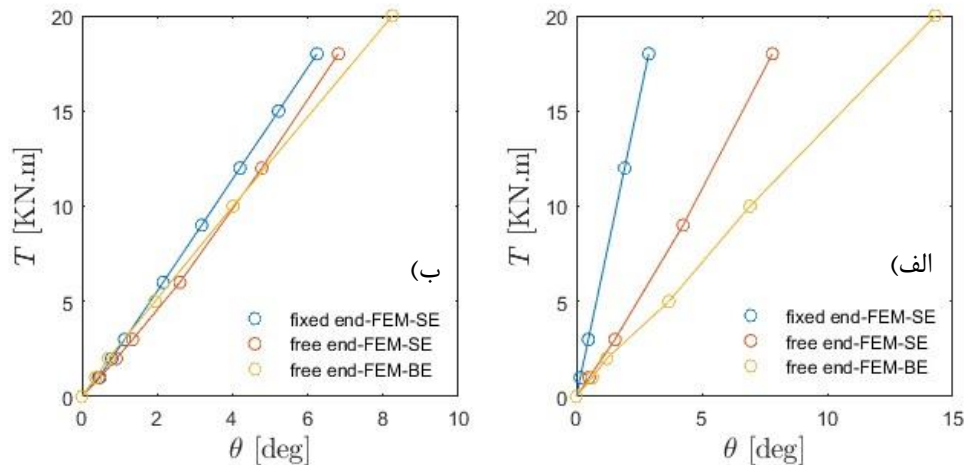
همانطور که در شکل (۳) مشاهده می‌شود، المان **solid** به طور قابل توجهی منطبق بر نمونه تجربی می‌باشد. در صورتی که نتایج المان تیر علیرغم اینکه بسیار نزدیک به نتایج نمونه‌های تجربی می‌باشد ولی رفتار کابل پیش‌تنیده را اندکی سفت‌تر از حالت واقعی تخمین زده است. این اختلاف با توجه به کاهشی که در هزینه محاسباتی ایجاد شده است از نظر مهندسی بسیار بااهمیت می‌باشد. این اختلاف در نتایج به نوع تماس بین دو سیم که به صورت تیر در نظر گرفته شده‌اند مربوط است. با استفاده از این روش پیشنهادی برقراری تماس بین دو المان تیر به صورت اصطکاکی با استفاده از کدنویسی‌های نرم‌افزار تجاری می‌باشد که خود شامل فرضیات ساده کننده است. به عنوان مثال، تعریف کردن کرنش در راستای عمود بر محور تیر، به دلیل عدم تحمل تنش و کرنش، امکان پذیر نبوده و صلب در نظر گرفته شده است.

۳- نتایج

در این بخش اثر وارد کردن گشتاور بر انتهای کابل پیش‌تنیده با بهره‌گیری از روش پیشنهادی مورد مطالعه قرار می‌گیرد که هزینه محاسباتی بسیار پایینی دارد. در این بخش یک گشتاور به انتهای کابل وارد می‌شود و در دو شرط مرزی ثابت و آزاد کابل مورد بررسی قرار می‌گیرد و برخلاف حالت قبل این دو شرط مرزی به ترتیب نشان‌دهنده عدم امکان افزایش طول و امکان افزایش طول را در انتهای آزاد کابل می‌باشد. نتایج مربوط به این بارگذاری در شکل (۴) نشان داده شده است.

همانطور که در شکل (۴) مشاهده می‌شود، رفتار کابل‌ها زمانی که گشتاور موافق و مخالف جهت تابیده شدن سیم‌ها است، بسیار متفاوت بوده و علاوه بر آن شرایط مرزی نیز تاثیر زیادی در رفتار کابل‌ها دارد. زمانی که گشتاور در جهت موافق وضعیت سیم‌های تابیده شده وارد می‌شود، کابل شبیه یک سیم متحد با سطح مقطع پیچیده عمل می‌کند و در این حالت همانطور که در شکل (۴-ب) مشاهده می‌شود شرایط مرزی، تاثیر کمی بر رفتار سیستم می‌گذارد. در این حالت المان تیر نیز به خوبی منطبق بر المان **solid** می‌باشد چرا که کوپل‌شدگی خمشی و پیچشی که با حالت کششی دارد، در این حالت بسیار کم است.

در زمانی که گشتاور خارجی خلاف جهت تابیده شدن سیم‌ها اعمال می‌شود، شرایط مرزی اثر خود را نشان داده و منجر به تغییر شیب منحنی‌های موجود در شکل (۴-الف) می‌شود. تفاوت رفتار حالت ثابت و آزاد به امکان تغییر طول کابل پیش‌تنیده مربوط می‌باشد و به دلیل مقید کردن سیستم نحوه باز شدن سیم‌ها عوض شده و رفتار متفاوتی از خود نشان می‌دهند. نتایج نشان می‌دهد که روش ارائه شده در این وضعیت نمی‌تواند به خوبی رفتار سیستم را منعکس کند که بخشی از دلایل آن در صحت‌سنجی بیان گردید.



شکل ۴. اعمال گشتاور در شرایط (الف) خلاف تابیده شدن سیم‌ها (ب) در جهت تابیده شدن سیم‌ها

۴- جمع‌بندی

این مطالعه به بررسی رفتار کابل‌های پیش‌تنیده تحت شرایط مرزی و بارگذاری مختلف می‌پردازد. شبیه‌سازی‌های مختلفی با توجه به شرایط مختلف مرزی و بارگذاری برای تعیین رفتار کابل‌های پیش‌تنیده انجام شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که المان تیر به خوبی می‌تواند رفتار تیر را در حالت کشش مدل‌سازی کند و با توجه به صحت‌سنجی انجام شده با نتایج تجربی برای بهره‌گیری در این حالت توصیه می‌شود. برخلاف کشش کابل، در حالتی که فقط گشتاور به انتهای کابل وارد شود، نتایج برای گشتاور موافق با تابیده شدن تارهای کابل قابل قبول می‌باشد.

۵- مراجع

1. K. G. McConnell and W. P. Zemke, "A model to predict the coupled axial torsion properties of ACSR electrical conductors - A simplified strength of material theory for bare ACSR conductors is developed and compared to experimental results", *Journal of Experimental Mechanics* 22, 237–244 (1982).
2. W. S. Utting and N. Jones, "The response of wire rope strands to axial tensile loads-Part I. Experimental results and theoretical predictions", *Journal of International Journal of Mechanical Sciences* 29, 605–619 (1987).
3. E. Stanova, G. Fedorko, M. Fabian, and S. Kmet, "Computer modelling of wire strands and ropes Part I: Theory and computer implementation", *Journal of Advances in Engineering Software* 42, 305–315 (2011).
4. K. Spak, G. Agnes, and D. Inman, "Parameters for Modeling Stranded Cables as Structural Beams", *Journal of Experimental Mechanics* 54, 1613–1626 (2014).
5. N. Karathanasopoulos, H. Reda, and J. francois Ganghoffer, "Finite element modeling of the elastoplastic axial-torsional response of helical constructions to traction loads", *International Journal of Mechanical Sciences* 133, 368–375 (2017).
6. F. Ménard and P. Cartraud, "Solid and 3D beam finite element models for the nonlinear elastic analysis of helical strands within a computational homogenization framework", *Journal of Computers and Structures* 257, 1–17 (2021).